1) Calcula el dominio de f(x).

$$f(x) = \frac{5^{\frac{Ln(x^2-2x-15)}{x-3}}}{2-\log_4(-6+x)}$$

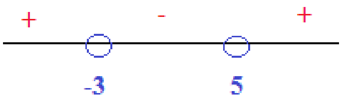
Condiciones: $\begin{cases} x^2-2x-15>0 \\ x-3\neq 0 \\ -6+x>0 \\ 2-\log_4(-6+x)\neq 0 \end{cases}$

- $x^2-2x-15>0$

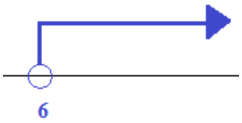
  Calculamos las raíces : $\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

  Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

  (x-5)(x+3)>0



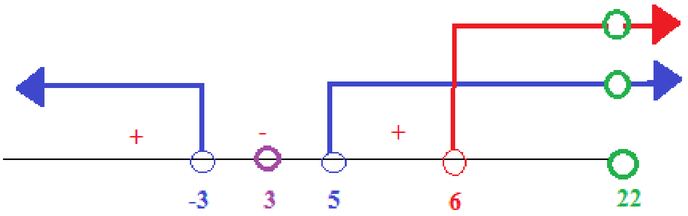
- $-6+x>0 \quad \rightarrow$ x > 6



- $x-3\neq 0 \rightarrow \qquad x\neq 3$
- $2-\log_4(-6+x)\neq 0 \rightarrow \log_4(-6+x)\neq 2 \rightarrow$ aplicamos la definición de logaritmo $-6+x\neq 4^2 \rightarrow$

$$x\neq 16+6 \rightarrow x\neq 22$$

- Juntamos todas las condiciones:



Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= xϵ (6,22) ∪ (22,∞)

2) Calcula el dominio de f(x).

$$h(x) = \frac{5^{\frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-15}}}{1-\log_3(5-x)}$$

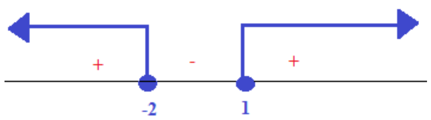
Condiciones: $\begin{cases} x^2+x-2 \geq 0 \\ x-15 \neq 0 \\ 5-x > 0 \\ 1-\log_3(5-x) \neq 0 \end{cases}$

- $x^2+x-2 \geq 0$

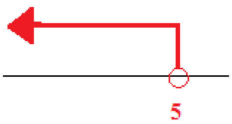
Calculamos las raíces : $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -2 \end{cases}$

Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

(x-1)(x+2)>0



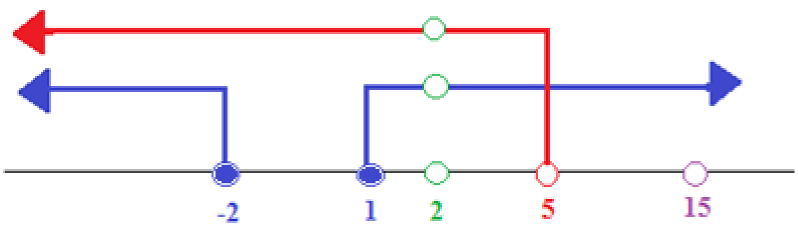
- $5-x>0$ → $x<5$



- $x-15 \neq 0 \rightarrow$ $x \neq 15$
- $1-\log_3(5-x) \neq 0 \rightarrow \log_3(5-x) \neq 1 \rightarrow$ aplicamos la definición de logaritmo $5-x \neq 3^1 \rightarrow$

$$x \neq 5-3 \rightarrow x \neq 2$$

- Juntamos todas las condiciones:



Por lo tanto el dominio de la función será: D(h)= xϵ (-∞,-2] ∪ [1,2) ∪ (2,5)

3) Calcula el dominio de f(x).

$f(x) = \ln\left(\frac{x^2-x-2}{x^2+x-6}\right)$

Condiciones: $\begin{cases} \frac{x^2-x-2}{x^2+x-6} > 0 \\ x^2+x-6 \neq 0 \end{cases}$

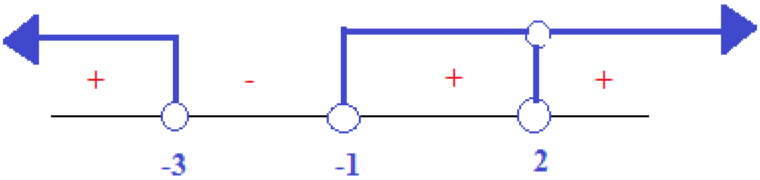
- $\frac{x^2-x-2}{x^2+x-6} > 0 \rightarrow$ Se trata de una inecuación racional.

Calculamos las raíces del numerador: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

Calculamos las raíces del denominador: $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

$$\frac{(x+1)(x-2)}{(x-2)(x+3)} > 0$$



Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= x϶ (-∞, −3) ∪ (-1,2) ∪(2,∞)

4) Calcula el dominio de f(x).

g(x) = $\dfrac{\sqrt{x^2-3x+2}}{-x^2+x+6}$

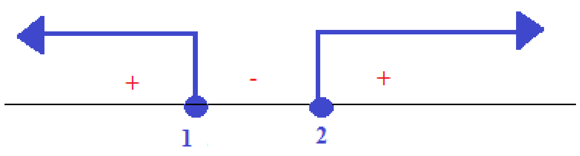
Condiciones: $\begin{cases} x^2-3x+2 \geq 0 \\ -x^2+x+6 \neq 0 \end{cases}$

- $x^2-3x+2 \geq 0$

Calculamos las raíces: $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

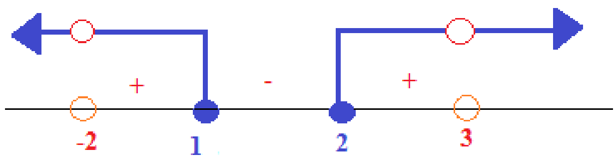
Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

(x-1)(x-2)≥ 0



- $-x^2+x+6 \neq 0$

Calculamos las raíces: $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$ que son los puntos que debemos eliminar de nuestra región



Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= x϶ $(-\infty, -2)$ ∪ (-2,1] ∪ [2,3) ∪ $(3, \infty)$

5) Calcula el dominio de f(x).

g(x) = $\frac{\ln(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2+2x-3}}$

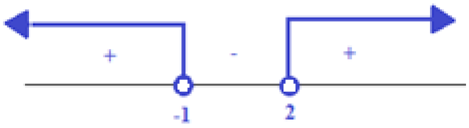
Condiciones: $\begin{cases} x^2-x-2>0 \\ x^2+2x-3>0 \rightarrow no \text{ es igual a cero ya que está en el denominador } x^2+2x-3 \neq 0 \end{cases}$

- $x^2-x-2>0$

Calculamos las raíces: $\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=2 \end{cases}$

Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

(x+1)(x-2)> 0

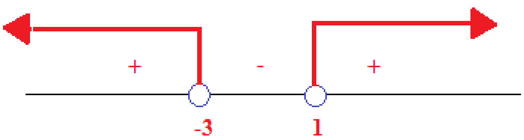


- $x^2+2x-3>0$

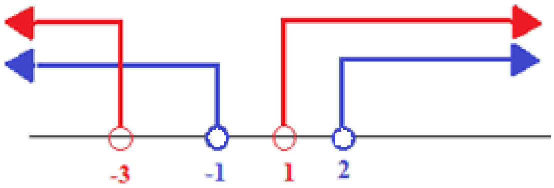
Calculamos las raíces: $\begin{cases} x_1=-3 \\ x_2=1 \end{cases}$

Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

(x+3)(x-1)≥ 0



- Juntamos todas las condiciones:



Por lo tanto el dominio de la función será: D(g)= xϵ (-∞, -3) ∪ $(2,\infty)$

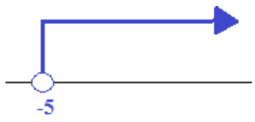
6) Calcula el dominio de f(x).

f(x)= $\frac{3}{\ln(x+5)}$

Condiciones: $\begin{cases} x+5>0 \\ \ln(x+5)\neq 0 \end{cases}$

- $x+5>0 \rightarrow x>-5$

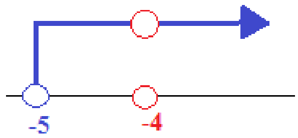
Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:



- $\ln(x+5)\neq 0 \rightarrow$ aplicamos la definición de logaritmo $\log_e(x+5)\neq 0 \rightarrow\ x+5\neq e^0 \rightarrow x+5\neq 1 \rightarrow$

x ≠ -4

x= -4 es el punto que debemos eliminar de nuestra región ya que no pertenece al dominio



Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= xϵ (-5,-4) ∪ $(-4,\infty)$

7) Calcula el dominio de f(x).

f(x) = $\dfrac{\frac{x+5}{5\sqrt{x^2-5x+6}}}{1-\log(4-x)}$

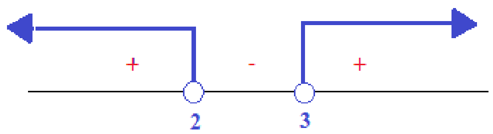
Condiciones: $\begin{cases} x^2-5x+6>0 \rightarrow \textit{no} \text{ es igual a cero ya que está en el denominador } x^2-5x+6 \neq 0 \\ 4-x>0 \\ 1-\log(4-x)\neq 0 \end{cases}$

- $x^2-5x+6>0$

  Calculamos las raíces : $\begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

  Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

  (x-2)(x-3)>0

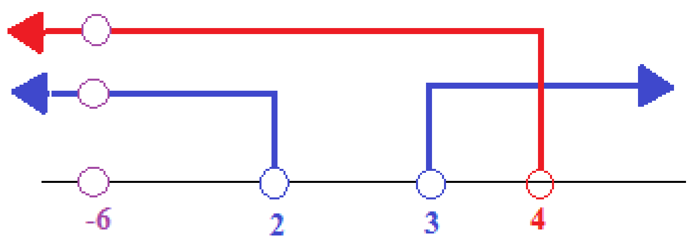


- $4-x>0$ → $x<4$

- $1-\log(4-x)\neq 0 \rightarrow \log(4-x)\neq 1 \rightarrow$ aplicamos la definición de logaritmo $4-x\neq 10^1 \rightarrow$

  $$x\neq -10+4 \rightarrow x\neq -6$$

- Juntamos todas las condiciones:



Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= x϶ (-∞,-6) ∪ (-6,2) ∪ (3,4)

8) Calcula el dominio de f(x).

$$f(x) = \frac{\sqrt{\frac{x^2+x-20}{x^2-9}}}{1-\ln(x)}$$

$$\text{Condiciones:}\begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+x-20}{x^2-9}} \geq 0 \text{ se trata de una inecuación racional} \\ x^2-9 \neq 0 \\ x > 0 \\ 1-\ln(x) \neq 0 \end{cases}$$

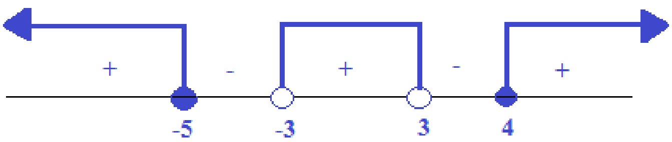
- $\sqrt{\frac{x^2+x-20}{x^2-9}} \geq 0$

Calculamos las raíces del numerador : $\begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

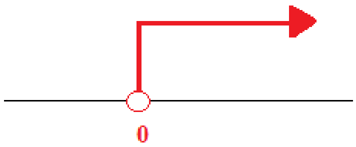
Calculamos las raíces del denominador: $\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 3 \end{cases}$ como están en el denominador estas raíces no estarán incluidas $x^2-9 \neq 0$

Calculamos la región que cumple dicha desigualdad:

$$\frac{(x-4)(x+5)}{(x-3)(x+3)} \geq 0$$

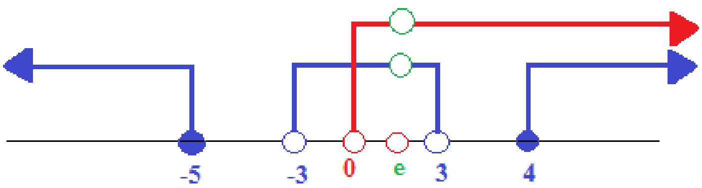


- x > 0



- $1-\ln(x) \neq 0 \rightarrow \log_e x \neq 1 \rightarrow$ aplicamos la definición de logaritmo $x \neq e \rightarrow x \neq 2{,}7182..$

- Juntamos todas las condiciones:



Por lo tanto el dominio de la función será: D(f)= x϶ (0,e) ∪ (e,3) ∪ [4,∞)