INDICACIONES

Elija una de las dos opciones.

No se admitirá ningún resultado si no está debidamente razonado.

No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a internet.

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

(3,5 puntos) A. [1 PUNTO] Calcular los valores del parámetro a para los cuales la matriz

$$A=\begin{pmatrix} a-2 & 0 & -3 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$ tiene inversa.

B. [0,5 PUNTOS] Utilizando los resultados obtenidos en el apartado anterior, determinar para qué valores del parámetro a, las siguientes matrices tienen inversa:

B1. [0,25 PUNTOS] A^2

B2. [0,25 PUNTOS] La traspuesta de A: A^t

C. [2 PUNTOS] Consideremos la matriz del apartado A para a = 1, y las matrices:

$$B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ y resolver la ecuación matricial $A^{-1}XB + C = Id$.

Ejercicio 2

A. [1,75 PUNTOS] El coste, en euros, de fabricar x unidades de un producto es $C(x) = 3x + 25$. Se ha fijado un precio de venta por unidad que también depende del número de unidades producidas: $13 - \frac{x^2}{750}$ euros.

¿Cuántas unidades deben fabricarse para obtener los máximos beneficios? ¿Cuál es el precio de venta por unidad que debe fijarse para obtener dichos beneficios?

B. [1,75 PUNTOS] Dada la función $f(x) = \frac{x+3}{x^2+6x+5}$

B1. [1 PUNTO] Determinar sus asíntotas verticales. Esbozar la posición de la gráfica respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

B2. [0,75 PUNTOS] Calcular la integral definida: $\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}\,dx$

Ejercicio 3

[3 PUNTOS] El Centro de Idiomas de la Universidad de Cantabria realiza un examen de inglés a todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018. La nota obtenida sigue una distribución normal con desviación típica 1,9. Una muestra aleatoria de 100 alumnos da como resultado una nota media de 6,82.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 90 % para la nota media.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [**3,5 PUNTOS]**

Una asociación de vecinos ha programado una excursión en la que se han inscrito 540 personas. La compañía con la que han contratado el viaje dispone de 12 autocares de 60 plazas y de 9 de 40 plazas, pero en las fechas previstas para el viaje solo se podrá contar con 10 conductores. Por otro lado, alquilar un autocar grande supone 100 euros; y uno pequeño, 65 euros. ¿Cuántos autocares de cada tipo deberán alquilarse para minimizar los costes?

Ejercicio 2

Dada la función $f(x) = x^3 + x^2 - 12x$

A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta $g(x) = -6x$.

E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

Ejercicio 3

De los alumnos matriculados en 1º en los grados de Economía, Administración y Dirección de Empresas y Derecho, de determinada universidad, conocemos su nivel de inglés. Los datos desglosados aparecen en la tabla adjunta:

	G. Económicas	G. Adm. y D. Empresas	G. Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Escogido un alumno al azar:
A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que esté estudiando Derecho?
B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que estudie Económicas y tenga un nivel alto?
C [1 PUNTO] Si sabemos que el alumno tiene un nivel medio, ¿cuál es la probabilidad de que esté estudiando Administración y D. de Empresas?

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1

(3,5 puntos) A. [1 PUNTO] Calcular los valores del parámetro a para los cuales la matriz

$$A=\begin{pmatrix} a-2 & 0 & -3 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$ **tiene inversa.**

a) Para que la matriz A tenga inversa, el determinante de A tiene que ser distinto de cero ($|A| \neq 0$)

$$|A| = \begin{vmatrix} a-2 & 0 & -3 \\ -1 & a+3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (a-2)(a+3) - 3 + 3(a+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -4 \end{cases}$$

- Si a = 0 o a = -4

  Como $|A| = 0 \rightarrow$ La matriz A no tendrá inversa

- Si a ≠ 0 o a ≠ -4

  Como $|A| \neq 0 \rightarrow$ La matriz A tendrá inversa

B. [0,5 PUNTOS] Utilizando los resultados obtenidos en el apartado anterior, determinar para qué valores del parámetro a, las siguientes matrices tienen inversa:

B1. [0,25 PUNTOS] A^2

B2. [0,25 PUNTOS] La traspuesta de A: A^t

B1. Para resolver el apartado B debemos aplicar las propiedades de los determinantes:

$$|A^2| = |A \cdot A| = |A| \cdot |A|$$

Por lo tanto para que la matriz A^2 tenga inversa los valores del parámetro a tienen que ser distintos a 0 y -4, para que $|A| \neq 0$

B2. Para resolver el apartado B debemos aplicar las propiedades de los determinantes:

$$|A^t| = |A|$$

Por lo tanto para que la matriz A^t tenga inversa los valores del parámetro a tienen que ser distintos a 0 y -4, para que $|A| \neq 0$

C. [2 PUNTOS] Consideremos la matriz del apartado A para a = 1, y las matrices:

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

y resolver la ecuación matricial $A^{-1}XB + C = Id$.

Despejamos X:

$A^{-1}XB + C = Id \rightarrow A^{-1}XB = Id - C \rightarrow A \cdot A^{-1}X \cdot B \cdot B^{-1} = A \cdot (Id - C) \cdot B^{-1} \rightarrow \rightarrow X = A \cdot (Id - C) \cdot B^{-1}$

- Calculamos Id – C y el resultado lo vamos a llamar matriz Z

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Calculamos el producto A·Z

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

- Calculamos la matriz inversa de B.

$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot Adj(B)^t$

Calculamos el determinante de B:

$$|B| = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -6$$

Calculamos los Adjuntos de B:

$$\begin{array}{lll} B_{11} = 2 & B_{12} = 0 & B_{13} = -2 \\ B_{21} = -2 & B_{22} = -3 & B_{23} = -1 \\ B_{31} = -4 & B_{32} = 0 & B_{33} = -2 \end{array}$$

Escribimos la matriz adjunta.

$$Adj(B) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ -2 & -3 & -1 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \rightarrow (Adj(B))^t = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot Adj(B)^t \rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-6} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$X = A \cdot (Id - C) \cdot B^{-1} \rightarrow X = \frac{1}{-6} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \frac{-1}{6} \begin{pmatrix} 8 & -11 & -16 \\ -4 & 4 & -10 \\ 0 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -4/3 & 11/6 & 8/3 \\ 2/3 & -2/3 & 5/3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

Ejercicio 2

A. [1,75 PUNTOS] El coste, en euros, de fabricar x unidades de un producto es C(x) = 3x + 25. Se ha fijado un precio de venta por unidad que también depende del número de unidades producidas: $13 - \frac{x^2}{750}$ euros.

¿Cuántas unidades deben fabricarse para obtener los máximos beneficios? ¿Cuál es el precio de venta por unidad que debe fijarse para obtener dichos beneficios?

a) x → unidades que se deben fabricar para obtener el máximo beneficio

El beneficio es igual a los ingresos menos los costes. Si el precio de venta de cada unidad es $\mathbf{13 - \frac{x^2}{750}}$, los ingresos por la venta de x unidades serán:

$I(x) = x\left(13 - \frac{x^2}{750}\right)$

Como la función de costes es C(x)= $3x$ + 25, entonces, la función de beneficios será:

$B(x) = I(x) - C(x) = x\left(13 - \frac{x^2}{750}\right) - (3x + 25) \rightarrow B(x) = \frac{-x^3}{750} + 10x - 25$

El beneficio máximo se da en la solución de B´(x) = 0 que haga negativa a B´´(x):

B´(x) = $-\frac{3}{750}x^2 + 10 = 0 \rightarrow x^2 = 2500 \rightarrow x = \pm 50$ unidades → Cogemos únicamente la solución positiva

Como B´´(x) = $-\frac{6x}{750} \rightarrow$ B´´(50) = $-\frac{6 \cdot 50}{750} < 0$, para x = 50 se obtiene el beneficio máximo.

Ese beneficio máximo es $B(50) = \frac{-50^3}{750} + 10 \cdot 50 - 25 = 308,\hat{3}$ €

- El número de unidades que se deben fabricar para obtener el máximo beneficio será de 50 unidades
- El precio de venta por unidad será de

$13 - \frac{x^2}{750} = 13 - \frac{50^2}{750} = 9,\hat{6}$ euros

B. [1,75 PUNTOS] Dada la función f(x) = $\frac{x+3}{x^2+6x+5}$

B1. [1 PUNTO] Determinar sus asíntotas verticales. Esbozar la posición de la gráfica respecto a dichas asíntotas, calculando previamente los límites laterales correspondientes.

Lo primero que vamos a calcular es el dominio de la función. Al tratarse de una función racional la función no existirá en aquellos puntos que anulen el denominador.

D(f) = ℝ - $\{-5,-1\}$

- <u>Asíntotas verticales</u>

Para x = -5

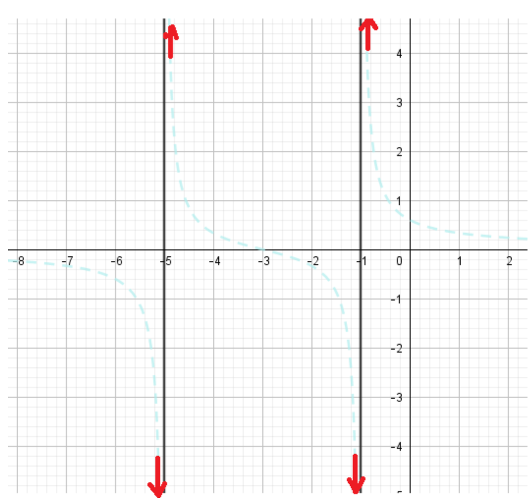
$$\lim_{x\to-5}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{-2}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales: $\begin{cases}\lim_{x\to-5^-}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{-}{0^+}=-\infty\\ \lim_{x\to-5^+}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{-}{0^-}=+\infty\end{cases}$ → La función presenta una asíntota vertical en x = -5

Para x = -1

$$\lim_{x\to-1}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{2}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales: $\begin{cases}\lim_{x\to-1^-}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{+}{0^-}=-\infty\\ \lim_{x\to-1^+}\frac{x+3}{x^2+6x+5}=\frac{+}{0^+}=+\infty\end{cases}$ → La función presenta una asíntota vertical en x = -1



B2. [0,75 PUNTOS] Calcular la integral definida: $\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}\,dx$

$$\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}\,dx = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2(x+3)}{x^2+6x+5}dx = \left[\frac{1}{2}\ln|x^2+6x+5|\right]_1^2 = \left[\frac{1}{2}\ln 21\right] - \left[\frac{1}{2}\ln 12\right] = \frac{1}{2}\ln\frac{21}{12} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{7}{4}\right)$$

Ejercicio 3

[3 PUNTOS] El Centro de Idiomas de la Universidad de Cantabria realiza un examen de inglés a todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018. La nota obtenida sigue una distribución normal con desviación típica 1,9. Una muestra aleatoria de 100 alumnos da como resultado una nota media de 6,82.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 90 % para la nota media.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide la nota media de un examen de Inglés de todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018, donde X ~ N(μ; 1,9).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 100 alumnos
$\bar{x}$ = 6,82

Para una confianza del 90%, α = 0,1

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,95 → por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,05}$= 1,645

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,9}(\mu) = \left(6,82 - 1,645\frac{1,9}{\sqrt{100}}; 6,82 + 1,645\frac{1,9}{\sqrt{100}}\right) = (6,51\,;\,7,13)$$

b) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → E = $1,645\frac{1,9}{\sqrt{100}}$ → E= 0,31255

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{4}$

Para una confianza del 98%, α = 0,02,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,99 → por lo tanto $Z_{\propto/2}$= 2,33

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < E \to n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \to n > \left(\frac{2,17\cdot 2}{E}\right)^2 \to n > 3209,96$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **n= 3210**

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

Ejercicio 1 [**3,5 PUNTOS]**

Una asociación de vecinos ha programado una excursión en la que se han inscrito 540 personas. La compañía con la que han contratado el viaje dispone de 12 autocares de 60 plazas y de 9 de 40 plazas, pero en las fechas previstas para el viaje solo se podrá contar con 10 conductores. Por otro lado, alquilar un autocar grande supone 100 euros; y uno pequeño, 65 euros. ¿Cuántos autocares de cada tipo deberán alquilarse para minimizar los costes?

Se trata de un problema de programación lineal.

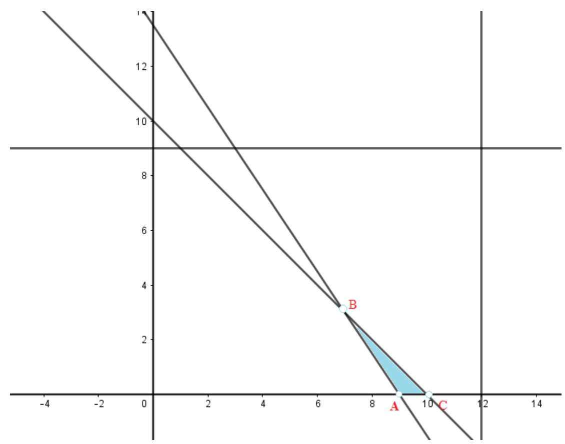
Las variables de decisión son: x → número de Autocares de 60 plazas

y → número de Autocares de 40 plazas

El objetivo es minimizar los costes: C(x,y) = 100x + 65y

Restricciones:

$$\begin{cases} 60x + 40y \geq 540 \\ x + y \leq 10 \\ x \leq 12 \\ y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y \geq 27 \\ x + y \leq 10 \\ x \leq 12 \\ y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Como se trata de una región cerrada, la solución óptima, los costes mínimos, se consiguen en alguno de los vértices anteriores. Los valores de estos costes en cada uno de esos vértices son:

$$A\begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(9,0) \rightarrow C_A = 100·9 + 65·0 = 900€$$

$$B\begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow B(7,3) \rightarrow C_B = 100·7 + 65·3 = 895€$$

$$C\begin{cases} x + y = 10 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow C(10,0) \rightarrow C_C = 100·10 + 65·0 = 1000€$$

Para obtener el mínimo coste deben alquilar 7 Autobuses de 60 plazas y 3 Autobuses de 40 plazas, siendo el coste de 895 €.

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

Ejercicio 2

Dada la función f(x) = $x^3 + x^2 - 12x$

A. [0,1 PUNTOS] Obtener los puntos de corte con los ejes OX y OY.

B. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos que existan.

C. [0,6 PUNTOS] Determinar los intervalos de concavidad y convexidad y los puntos de inflexión que existan.

D. [0,5 PUNTOS] Dibujar la región delimitada por la curva anterior y la recta g(x) = – 6x.

E. [1,7 PUNTOS] Calcular el área de la región anterior.

- Dominio → D(f) = $\forall x \in \mathbb{R}$
- Puntos de corte con los ejes
  - Con el eje OX → $x^3 + x^2 - 12x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 & (-4,0) \\ x_2 = 0 & (0,0) \\ x_3 = 3 & (3,0) \end{cases}$
  - Con el eje OY → $f(0) = 0^3 + 0^2 - 12 \cdot 0 = 0 \rightarrow$ (0,0)

- Monotonía

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2-\sqrt{148}}{6} = -2{,}36 \\ x_2 = \frac{-2+\sqrt{148}}{6} = 1{,}69 \end{cases}$ → Posibles extremos relativos

	(- ∞,-2,36)	(- 2,36;1,69)	(1,69;∞)
Signo de f´(x)	+	-	+
Comportamiento de f(x)	↗	↘	↗

- Crecimiento: $(-\infty, -2{,}36) \cup (1{,}69, \infty)$
- Decrecimiento: (-2,36;1,69)
- Máximo: (-2,36; 20,75)
- Mínimo: (1,69; -12,6)

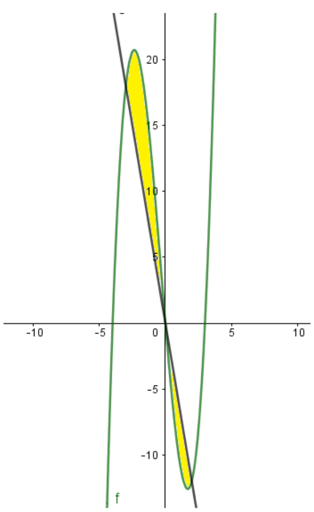
colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

- Concavidad

$f''(x) = 6x + 2 = 0 \rightarrow \ x = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

	$(-\infty, -\frac{1}{3})$	$(-\frac{1}{3}, \infty)$
Signo de f´´(x)	-	+
Comportamiento de f(x)	∩	∪

- Cóncava hacia abajo: $(-\infty, -\frac{1}{3})$
- Cóncava hacia arriba: $(-\frac{1}{3}, \infty)$
- Punto de Inflexión: $(-0{,}33; 4{,}07)$



Calculamos el punto de intersección entre las dos funciones:

$x^3+x^2-12x = -6x \rightarrow x^3 + x^2 - 6x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = 2 \end{cases}$

- Tenemos dos recintos : [-3,0] y [0,2]
- $A_T = A_1 + A_2$

$$A_1 = \int_{-3}^{0}(x^3 + x^2 - 6x)dx = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 3x^2\right]_{-3}^{0} = \left[0 - \left(\frac{81}{4} - 9 - 27\right)\right] = \frac{63}{4}\ u^2$$

$$A_2 = \int_{0}^{2}(-x^3 - x^2 + 6x)dx = \left[-\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 3x^2\right]_{0}^{2} = \left[\left(-\frac{16}{4} - \frac{8}{3} + 12\right)\right] = \frac{64}{12} = \frac{16}{3}u^2$$

$$A_T = A_1 + A_2 = \frac{63}{4}\ u^2 + \frac{16}{3}u^2 = \frac{253}{12}u^2$$

colegio SAN AGUSTÍN SANTANDER

Ejercicio 3

De los alumnos matriculados en 1º en los grados de Economía, Administración y Dirección de Empresas y Derecho, de determinada universidad, conocemos su nivel de inglés. Los datos desglosados aparecen en la tabla adjunta:

	G. Económicas	G. Adm. y D. Empresas	G. Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Escogido un alumno al azar:
A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que esté estudiando Derecho?
B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que estudie Económicas y tenga un nivel alto?
C [1 PUNTO] Si sabemos que el alumno tiene un nivel medio, ¿cuál es la probabilidad de que esté estudiando Administración y D. de Empresas?

Los datos del problema son:

	Económicas	Empresas	Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Pueden definirse los sucesos:

Ec = "Económicas; Em = "Empresas"; D= "Derecho"; NA, NM y NB = "nivel alto, medio y bajo" respectivamente

a) P(D) = $\frac{175}{520}$ = 0,3365 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 33,65%

b) Se trata de una Probabilidad Compuesta

P (Ec∩NA) = $\frac{20}{520} = 0{,}0385$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 3,85%

c) Se trata de una probabilidad condicionada:

Aplicamos el Teorema de Bayes

P(Em/NM)=$\frac{P(Em\cap NM)}{P(NM)} = \frac{\frac{167}{520}}{\frac{321}{520}} = \frac{167}{321} = 0{,}5202$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 52,02%