

Identidades Notables

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ecuaciones

Ecuaciones de Primer Grado

Para resolverlas:

- Eliminamos denominadores calculando previamente el m.c.m
- Eliminamos paréntesis.
- Agrupamos los términos x en un lado de la igualdad y los términos independientes en el otro.
- Operamos y calculamos la solución de la ecuación.

Ejemplo:

- $1 - \frac{2x-5}{3} + \frac{3x-6}{4} = 2 - \frac{4x-7}{12}$
- Calculamos el m.c.m. En nuestro caso m.c.m(3,4,12) = 12
- $\frac{12}{12} - \frac{4(2x-5)}{12} + \frac{3(3x-6)}{12} = \frac{24}{12} - \frac{(4x-7)}{12}$
- Eliminamos los denominadores
- $12 - 4(2x-5) + 3(3x-6) = 24 - (4x-7)$
- Eliminamos los paréntesis.
- $12-8x+20+9x-18 = 24-4x+7$
- Agrupamos los términos x en un lado de la igualdad y los términos independientes en el otro.
- $-8x+9x+4x=24+7-12-20+18$
- $5x=17$
- $x=\frac{17}{5}$

Ejercicios Propuestos

a) $\left(3x - \frac{2}{3}\right)\left(3x + \frac{2}{3}\right) - 4 = (3x - 5)^2 + \frac{5}{9}$ Solución: $x=1$

b) $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) - 7 = (x - 1)^2 - \frac{3}{2}$ Solución: $x = \frac{27}{8}$

c) $6 - \frac{5(x-4)}{4} = 2 - \frac{3-x}{6}$ Solución: $x = \frac{114}{17}$

d) $\frac{2x}{3} - \left(\frac{x}{5} - \frac{7}{3}\right) = \frac{x}{2} - \left(\frac{3x}{5} - x - 6\right)$ Solución: $x = -\frac{110}{13}$

e) $\frac{5x-1}{4} - 6x = \frac{4x-\frac{3}{2}}{2} - (5x - 2)$ Solución: $x = -\frac{6}{7}$

Ecuaciones de Segundo Grado

Una ecuación de segundo grado tiene la forma $ax^2 + bx + c = 0$

Cuando tenemos una ecuación de segundo grado completa, las soluciones serán de la siguiente forma : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Ecuaciones de Segundo Grado Incompletas

$ax^2 + bx = 0 \rightarrow$ Se resuelven sacando factor común

$ax^2 + c = 0 \rightarrow$ Se resuelven despejando directamente la incógnita

Ejercicios Propuestos

a) $(x - 2)^2 + (x + 4)(x - 2) = 2 - 3(x + 1)$

Solución: $x = 1$ y $x = \frac{-3}{2}$

b) $\frac{3x^2 - 1}{4} + \frac{1}{2} \left[x^2 - 2 - \frac{1}{2}x \right] = \frac{x^2 - 5}{4}$

Solución: $x = 0$ y $x = 1/4$

c) $0.5(x - 1)^2 - 0.25(x + 1)^2 = 4 - x$

Solución: $x = -3$ y $x = 5$

d) $\frac{x(x-1)}{15} + \frac{(x-6)^2}{5} + \frac{(x+2)^2}{3} = \frac{(3x-2)(3x-4)}{15}$

Solución: $x = -120$

Ecuaciones Bicuadradas

Son las ecuaciones de cuarto grado que tienen la siguiente forma: $ax^4 + bx^2 + c = 0$

Como se trata de una ecuación de 4º grado, como máximo tendrá 4 soluciones.

Para resolverlas:

- Hacemos un cambio de variable $z = x^2$
- Resolvemos la ecuación de segundo grado.
- Deshacemos el cambio

Ejemplo $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

- Realizamos el cambio de variable $z = x^2$

$$z^2 + 3z + 2 = 0$$

- Resolvemos la ecuación de 2º Grado

$$z^2 + 3z + 2 = 0 \rightarrow z = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \begin{cases} z = -1 \\ z = -2 \end{cases}$$

- Deshacemos el cambio

$$z = x^2 \rightarrow \begin{cases} -2 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-2} \\ -1 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{-1} \end{cases} \rightarrow \text{no existe solución real ya que se trata de una raíz}$$

de un número negativo. Por lo tanto nuestra ecuación no tiene solución

Ejercicios Propuestos

- a) $3x^4 - 60x^2 + 192 = 0$ Solución: $x_1 = -4, x_2 = -2, x_3 = 2$ y $x_4 = 4$
- b) $\frac{8}{x^2} = x^2 - 2$ Solución: $x_1 = -2$ y $x_2 = 2$
- c) $8x^4 + 14x^2 - 4 = 0$ Solución: $x_1 = -\frac{1}{2}$ y $x_2 = \frac{1}{2}$
- d) $2(x+1)^4 - 8(x+3) = -8 + 8x^3$ Solución: $x_1 = -1, x_2 = 1$

Ecuaciones Polinómicas de grado superior a dos

Para resolverlas:

- Igualamos el polinomio a cero $p(x)=0$
- Siempre que no tengamos término independiente, lo que haremos es extraer factor común.
- Aplicamos la regla de Ruffini
- Las dos últimas raíces las calcularemos mediante la ecuación de 2ºGrado.

Ejemplo $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$ Solución: $x=-1, x=1, x=2$ y $x=3$

- Igualamos el polinomio a cero $p(x)=0$
En nuestro caso, la ecuación está igualada a cero.
- NO podremos extraer factor común debido a que tenemos término independiente (-6)
- Aplicamos la regla de Ruffini

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -5 & 5 & 5 & -6 \\
 \hline
 1 & & 1 & -4 & 1 & 6 \\
 \hline
 & 1 & -4 & 1 & 6 & 0
\end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -4 & 1 & 6 \\
 \hline
 -1 & & -1 & 5 & -6 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 6 & 0
\end{array}$$

- Las dos últimas raíces las calcularemos mediante la ecuación de 2ºGrado.

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

- Por lo tanto las 4 soluciones serán: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 2 \\ x_4 = 3 \end{cases}$

Ejercicios Propuestos

- | | |
|---|---|
| a) $3x^3 - 18x^2 + 27x - 12 = 0$ | Solución: $x_1 = 1$ y $x_2 = 4$ |
| b) $16x^4 + 20x^3 - 34x^2 - 14x + 12 = 0$ | Solución: $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{-3}{4}$, $x_3 = \frac{1}{2}$ y $x_4 = 1$ |
| c) $2(x+1)^4 - 8x^3 = 8(x+3) - 8$ | Solución: $x_1 = -1$ y $x_2 = 1$ |
| d) $2x^4 - \frac{26}{3}x^3 + \frac{22}{3}x^2 + \frac{10}{3}x = 4$ | Solución: $x_1 = -\frac{2}{3}$, $x_2 = 1$ y $x_4 = 3$ |
| e) $5x^2(x+1) = 5x(x+1)$ | Solución: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$ y $x_3 = 1$ |
| f) $x^2(x^4 + x^2) = 2x^3(x^2 + 1)$ | Solución: $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{-3}{4}$, $x_3 = \frac{1}{2}$ y $x_4 = 1$ |

Ecuaciones Racionales

Son aquellas en la que la incógnita aparece en fracciones algebraicas

Para resolverlas:

- Eliminamos los denominadores multiplicando los dos miembros por el m.c.m y resolvemos la ecuación polinómica obtenida.
- Comprobación de la solución. **Nunca será solución aquellos valores que anulen el denominador.**

Ejemplo $\frac{2x}{x-3} - \frac{6}{x} = \frac{18}{x^2-3x}$

Calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores

$$\text{m.c.m } (x-3, x, x^2 - 3x) = x^2 - 3x$$

Multiplicamos todos los numeradores por el m.c.m

$$\frac{2x(x)}{x-3} - \frac{6(x-3)}{x} = \frac{18(1)}{x^2-3x}$$

Se opera y se resuelve la ecuación polinómica obtenida:

$$2x^2 - 6x + 18 = 18 \rightarrow 2x^2 - 6x = 0$$

Como no tenemos término independiente sacamos factor común

$$x(2x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$$

Comprobación: Sustituimos las posibles soluciones en la ecuación inicial y observamos que tanto para $x=0$ y para $x=3$, el denominador se anula, Por lo tanto esta ecuación no tendría solución.

Ejercicios Propuestos

- a) $\frac{x-2}{x-1} = \frac{x^2}{(x-1)(x-2)} - \frac{x-1}{2-x}$ Solución: $x = -3$
- b) $\frac{x+1}{x^2} - \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x^3+x^2} = 0$ Solución: $x = 2$
- c) $\frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ Solución: $x=0$ (si) y $x=1$ (No)
- d) $\frac{3}{x} + \frac{4}{2x^2-4x} = \frac{1}{2x-4}$ Solución: $x = \frac{8}{5}$ (si)
- e) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{2x-2}{x^2+3x} = \frac{5x-5}{x^2+x-6}$ Solución: $x=1$ (si) y $x=2$ (No)
- f) $\frac{x+1}{3x-2} + \frac{2x+1}{x+5} = \frac{3}{2}$ Solución: $x = \frac{9}{5}$ (No) y $x = 4$ (Si)
- g) $\frac{x+4}{x-3} - \frac{1-2x}{x^2-x-6} = 0$ Solución: $x = -1$ (Si) y $x = -7$ (No)
- h) $\frac{1}{x-b} + \frac{1}{x+b} = \frac{1}{x^2-b^2}$ Solución: $x = \frac{1}{2}$ (Si)
- i) $\frac{2}{x} - \frac{2-x}{x+3} = 1$ Solución: No existe solución
- j) $\frac{x}{x^2-4} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{3}{x-2} - 2$ Solución: $x = -\frac{4}{3}$ y $x = 3$

Ecuaciones Irracionales (Con radicales)

Las ecuaciones irracionales son aquellas en la que la incógnita aparece bajo signos radicales.

Para resolverlas:

- Aislamos una de las raíces.
- Elevamos ambos lados de la ecuación al orden de nuestra raíz.

Importante: Debemos comprobar si las soluciones obtenidas son correctas.

Ejemplo: $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$ Solución: $x=5$ (si) y $x=221$ (no)

Aislamos una de las raíces de la ecuación.

$$\sqrt{2x-1} = 6 - \sqrt{x+4}$$

Elevamos los dos miembros de la ecuación al orden de nuestra raíz, en este caso (índice 2), por eso lo elevaremos al cuadrado.

$$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2 \rightarrow 2x-1 = 36 + (x+4) - 12\sqrt{x+4}$$

Aislamos de nuevo la raíz de la ecuación:

$$12\sqrt{x+4} = 36 + x + 4 - 2x + 1 \rightarrow 12\sqrt{x+4} = 41 - x$$

Volvemos a elevar al cuadrado los dos miembros de la ecuación.

$$(12\sqrt{x+4})^2 = (41-x)^2 \rightarrow 144(x+4) = 1681 + x^2 - 82x$$

$x^2 - 226x + 1105 = 0 \rightarrow$ Resolvemos la ecuación de 2º Grado

Las soluciones posibles son: $\begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 221 \end{cases}$

Para comprobar que nuestras soluciones son correctas, debemos realizar la comprobación.

Comprobación: $x_1 = 5 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 5 - 1} + \sqrt{5 + 4} = 6 \rightarrow \sqrt{9} + \sqrt{9} = 6 \rightarrow 6 = 6$ Se cumple
 $x_2 = 221 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 221 - 1} + \sqrt{221 + 4} = 6 \rightarrow \sqrt{441} + \sqrt{225} = 6 \rightarrow 36 \neq 6$ No se cumple

Por lo tanto, solo tendremos una única solución que será $x = 5$

Ejercicios propuestos:

a) $\sqrt{x} + \sqrt{x-4} = 2$

Solución: $x=4$

b) $\sqrt{\frac{7x+1}{4}} = \frac{5x-7}{6}$

Solución: $x=5$ (si) y $x=8/25$ (no)

c) $\sqrt{2-5x} + x\sqrt{3} = 0$

Solución: $x= -2$

d) $(\sqrt{x} - x + 2)x = 0$

Solución: $x= 0$ y $x=4$, $x=1$ (no es)

e) $\sqrt{2+\sqrt{x-4}} = \sqrt{12-x}$

Solución: $x= 8$ (si) $x=13$ (no)

f) $\frac{\sqrt{2x-1}}{4} = \frac{3}{\sqrt{2x-1}}$

Solución: $x= 13/2$ (válida)

g) $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{x} = \sqrt{2}x$

Solución: $x=+\sqrt{2}$ y $x= - \sqrt{2}$ (válidas)

h) $\sqrt{x+5} + \sqrt{2x+8} = 7$

Solución: $x= 4$ (si) y $x= 284$ (no)

Ecuaciones Exponentiales

La incógnita se encuentra en el exponente. Para resolverlas aplicamos la siguiente propiedad:

Si tienen la misma base: igualamos los exponentes $\rightarrow a^b = a^c \rightarrow b = c$

Propiedades

- Producto: nos encontramos con una suma de exponentes ponemos el producto $\rightarrow a^{b+c} = a^b \cdot a^c$
- Cociente: nos aparece una resta de exponentes, ponemos el cociente $\rightarrow a^{b-c} = a^b : a^c$
- Potencia de potencia: nos aparece un producto en el exponente $\rightarrow a^{b \cdot c} = (a^b)^c$

Ecuaciones exponenciales que se reducen a ecuaciones de primer gradoEjemplos

- $2^{x+1} = 8 \rightarrow 2^{x+1} = 2^3 \rightarrow x + 1 = 3 \rightarrow x = 2$

Cuando tenemos un solo término en ambos miembros de la ecuación, descomponemos en factores para conseguir la misma base. Igualamos los exponentes y resolvemos

- $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

- Aplicamos las propiedades de las potencias, para descomponer $\frac{2^x}{2} + 2^x + 2 \cdot 2^x = 7$
- Realizamos un cambio $2^x = t \rightarrow \frac{t}{2} + t + 2t = 7 \rightarrow \frac{t+2t+4t}{2} = \frac{14}{2} \rightarrow t + 2t + 4t = 14 \rightarrow t = 2$
- Deshacemos el cambio $2^x = t \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x = 1$

- $3^x + 3^{x-1} + 3^{x+1} = 117$

- Aplicamos las propiedades de las potencias, para descomponer $3^x + \frac{3^x}{3} + 3 \cdot 3^x = 117$
- Realizamos un cambio $3^x = t \rightarrow t + \frac{t}{3} + 3 \cdot t = 117 \rightarrow \frac{3t+t+9t}{3} = \frac{351}{3} \rightarrow 13t = 351 \rightarrow t = 27$
- Deshacemos el cambio $3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \rightarrow x = 3$

Ecuaciones exponenciales que se reducen a ecuaciones de segundo gradoEjemplos

- $2^{x+3} + 4^{x+1} - 320 = 0$

- Aplicamos las propiedades de las potencias: $2^x \cdot 2^3 + (2^2)^{x+1} - 320 = 0 \rightarrow 2^x \cdot 2^3 + (2^2)^x \cdot 2^2 - 320 = 0 \rightarrow 2^x \cdot 2^3 + (2^x)^2 \cdot 2^2 - 320 = 0$
- Realizamos el cambio $2^x = t \rightarrow 8t + 4t^2 - 320 = 0$
- Resolvemos la ecuación de segundo grado para obtener los valores de t. Finalmente calculamos x

$$4t^2 + 8t - 320 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 8 \rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow x = 3 \\ t = -10 \rightarrow \text{no tiene solución} \end{cases}$$

- $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

- $(5^x)^2 - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$
- Realizamos el cambio $5^x = t \rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0$
- Resolvemos la ecuación de segundo grado: $t^2 - 6t + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 1 \end{cases}$
- Deshacemos el cambio: $\begin{cases} 5^x = 5 \rightarrow x = 1 \\ 5^x = 1 = 5^0 \rightarrow x = 0 \end{cases}$
-

Ejercicios

- a) $8^{1+x} + 2^{3x-1} = \frac{17}{16}$ Solución: $x = -1$
- b) $7^{x^2-5x+6} = 1$ Solución: $x=2$ y $x=3$
- c) $9^x - 2 \cdot 3^x \cdot 9 + 81 = 0$ Solución: $x=2$
- d) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ Solución: $x=0$ y $x=2$
- e) $4^x \cdot 16^x = 2$ Solución: $x=1/6$
- f) $2^x \cdot 3^x = 216$ Solución: $x=3$
- g) $2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$ Solución: $x = 3$
- h) $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 120$ Solución: $x = 2$
- i) $4^x + 4^{x-1} + 4^{x-2} = 336$ Solución: $x=4$
- j) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 775$ Solución: $x=3$
- k) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$ Solución: $x=10$
- l) $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$ Solución: $x=5$
- m) $3^{2x-1} - 8 \cdot 3^{x-1} = 3$ Solución: $x=2$ y $x=\log(-1)/\log 3$ (no válida)
- n) $2^{2x-1} - 6 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0$ Solución: $x=1$ y $x=2$
- o) $4^{x+1} + 2^{x+3} = 320$ Solución: $x=3$ y $x = \log(-10)/\log 2$ (no válida)
- p) $7^{2x+1} - 2 \cdot 7^{x+1} + 7 = 0$ Solución: $x=0$
- q) $5^{3x+2} + 3 \cdot 5^{6x+2} - 100 = 0$ Solución: $x=0$ y $x = \log(-8/6)/3 \cdot \log 5$ (no válida)
- r) $6^x - 9 \cdot 6^{-x} + 8 = 0$ Solución: $x=0$
- s) $3^{2(x+1)} - 18 \cdot 3^x + 9 = 0$ Solución: $x=0$
- t) $2^{2x-1} - 5 \cdot 2^{x-1} + 2 = 0$ Solución: $x=0, x=2$

Ecuaciones Logarítmicas

Se denomina logaritmo en base a del número N el exponente z al que se debe elevar a para obtener N.

Ejemplos:

$$\log_a N = x \rightarrow a^x = N \quad a > 0 \text{ e } a \neq 1$$

a) $\log_2 \sqrt[3]{2} = x \rightarrow 2^x = \sqrt[3]{2} \rightarrow 2^x = 2^{1/3} \rightarrow x = \frac{1}{3}$

b) $\ln \sqrt[3]{e} = x \rightarrow \log_e \sqrt[3]{e} = x \rightarrow e^x = e^{1/3} \rightarrow x = \frac{1}{3}$

c) $\log_7 x = 3 \rightarrow 7^3 = x \rightarrow x = 343$

d) $\log_x \frac{1}{7} = -3 \rightarrow x^{-3} = \frac{1}{7} \rightarrow x = \sqrt[3]{7}$

e) $\log_x(6-x) = 2 \rightarrow x^2 = 6-x \rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ Es solución} \\ x = -3 \text{ No es solución} \end{cases}$

f) $\log \frac{22-x}{x} = -1 \rightarrow 10^{-1} = \frac{22-x}{x} \rightarrow x = 220 - 10x \rightarrow x = 20 \text{ Es solución}$

Propiedades de los logaritmos

- $\log_a x + \log_a y = \log_a x \cdot y$
- $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
- $x \cdot \log_a y = \log_a y^x$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- No existen los logaritmos de números negativos ni de 0.

Ejemplos aplicando propiedades de los logaritmos.

a) $\log x + \log 20 = 3$

El logaritmo de la suma se transforma en producto

$$\log x + \log 20 = 3 \rightarrow \log(20 \cdot x) = 3 \rightarrow \text{Aplico la definición de logaritmo}$$

$$10^3 = 20x \rightarrow x = 50 \text{ Es solución}$$

b) $\log x^3 = \log 6 + 2\log x$

$$\log x^3 = \log 6 + \log x^2 \rightarrow \log x^3 = \log(6 \cdot x^2) \rightarrow x^3 = 6x^2 \rightarrow x^3 - 6x^2 = 0$$

$$x^2(x-6)=0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow \text{No es solución ya que no existe } \log 0 \\ x = 6 \rightarrow \text{Si es solución} \end{cases}$$

c) $2\log x = \log(10-3x)$

$$\log x^2 = \log(10-3x) \rightarrow x^2 = 10-3x \rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ no es solución ya que no existe } \log(-5) \\ x = 2 \text{ si es solución} \end{cases}$$

d) $\log 4 + 2\log(x-3) = \log x$

$$\log 4 + \log(x-3)^2 = \log x \rightarrow \log 4 \cdot (x-3)^2 = \log x \rightarrow 4 \cdot (x^2 - 6x + 9) = x$$

$$4x^2 - 24x + 36 - x = 0 \rightarrow 4x^2 - 25x + 36 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ Es solución} \\ x = \frac{9}{4} \text{ No es solución} \end{cases} 2\log\left(\frac{9}{4} - 3\right) = 2\log\left(-\frac{3}{4}\right)$$

e) $3\log x = 2\log x + \log 3$

$$\log x^3 = \log(x^2 \cdot 3) \rightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \rightarrow x^2(x-3)=0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ no es solución ya que lo existe } \log 0 \\ x = 3 \text{ si es solución} \end{cases}$$

f) $\frac{\log 3 + \log(11-x^3)}{\log(5-x)} = 2 \rightarrow \log 3 \cdot (11-x^3) = 2 \cdot \log(5-x) \rightarrow \log 3(11-x^3) = \log(5-x)^2 \rightarrow$

$$33 - 3x^3 = 25 + x^2 - 10x \rightarrow 3x^3 + x^2 - 10x - 8 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ si es solución} \\ x = -1 \text{ si es solución} \\ x = -\frac{4}{3} \text{ si es solución} \end{cases}$$

g) $\log 2^{x^2-5x+9} + \log 125 = 3 \rightarrow \log 125 \cdot 2^{x^2-5x+9} = 3 \rightarrow 10^3 = 125 \cdot 2^{x^2-5x+9} \rightarrow 8 = 2^{x^2-5x+9} \rightarrow$

$$2^3 = 2^{x^2-5x+9} \rightarrow 3 = x^2 - 5x + 9 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ Si es solución} \\ x = 3 \text{ Si es solución} \end{cases}$$

Ejercicios Propuestos

- a) $\log \sqrt{3x+5} + \log \sqrt{x} = 1$ Solución: ($x=5$ si y $x=-20/3$ no)
- b) $\log \sqrt{2x-3} + \log \sqrt{x-5} + 1 = \log 30$ Solución: ($x=6$ si, $x=1/2$ no)
- c) $2(\log x)^2 + 7 \log x - 9 = 0$ Solución: ($x=10$ si, $\frac{\sqrt{10}}{10^5}$)
- d) $\log 2 + \log(11-x^2) = 2\log(5-x)$ Solución: ($x=3$, $x = 1/3$)
- e) $\log(x+3) = \log 6 - \log 2(x+1)$ Solución: $x=0$
- f) $\log x - \log(x-2) = -2$ No tiene solución, pues resulta un número negativo, y no vale como argumento de un número negativo.
- g) $\log(2x+4) + \log(3x+1) = 2\log(8-x) + \log 4$ Solución: $x=3$
- h) $\log(x^2+1) - \log(x-1) - \log(x+1) = 1$ Solución: $x = \sqrt{11}/3$
- i) $2\log x - 2\log(x+1) = 0$ Solución: $x=-1/2$ (No vale)
- j) $\frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$ Solución: $x=2$ y $x=3$ (valen)
- k) $\log x + \log(x+3) = 2\log(x+1)$ Solución: $x=1$ (vale)
- l) $4\log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2\log x$ Solución: $x = 0$ (no es), $x = -2$ (no es), $x=2$ (si es)
- m) $\log(25-x^3) - 3\log(4-x) = 0$ Solución: $2\pm\sqrt{3}/2$ (valen)
- n) $3\log x - \log 32 = \log x/2$ Solución: $x=4$ (vale), $x=0$ y $x=-4$ (no valen)
- o) $2\log x = \log x/2 - 1$ Solución: $x=1/20$ (vale) y $x=0$ (no vale)
- p) $2\log x = 3 + \log x/10$ Solución: $x=100$ (vale) y $x=0$ (no vale)
- q) $2\log x - \log(x-16) = 2$ Solución: $x=20$ y $x=80$ (valen)
- r) $\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$ Solución: $x=13/5$ (vale)
- s) $\log(5x-3)^3 + 2\log(2x+3) = 2$ Solución: $x=1$ (vale)
- t) $\log(28-x^3) - 3\log(4-x) = 0$ Solución: $x=1$ y $x=3$ (valen)
- u) $(x^2-5x+9)\log 2 + \log 125 = 3$ Solución: $x=2$ y $x=3$ (valen)