

Las ecuaciones matriciales son aquellas en que todos los elementos son matrices.

Para resolver las ecuaciones matriciales debemos despejar la matriz X, teniendo en cuenta las propiedades de la multiplicación de matrices

- La multiplicación entre matrices no admite la propiedad conmutativa. No es lo mismo  $A \cdot B$  que  $B \cdot A$ :

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

- El elemento neutro de las matrices es la matriz identidad, es decir, al multiplicar una matriz por la matriz identidad, el resultado es la misma matriz:

$$A \cdot I = I \cdot A = A$$

- Si multiplicamos una matriz por su inversa, por la izquierda o por la derecha, su resultado es la matriz identidad:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$$

En el caso de las matrices lo que se encuentra multiplicando a la matriz X no pasa al otro miembro de la igualdad dividiendo:

$$X = \frac{B}{A}$$

Los pasos que debes seguir para la resolución de las ecuaciones matriciales son los siguientes:

- 1) Pasamos todos los elementos que contengan la matriz X a un lado de la igualdad y al otro lado todos aquellos que no la contengan.
- 2) Multiplicar la matriz que esté al lado de la X por su inversa, por el lado contrario a donde esté situada la matriz X.
- 3) Multiplicamos el otro miembro por la misma matriz inversa por el mismo lado que se ha multiplicado en el otro miembro.
- 4) **Cuidado** Si tenemos varias X, debemos sacar factor común pero teniendo en cuenta donde está colocada la X
  - $XA + XB = X(A+B)$
  - $AX + BX = (A+B)X$
- 5) Sustituir el producto de la matriz por su inversa por la matriz Identidad
 
$$A^{-1} \cdot A = I \qquad A \cdot A^{-1} = I$$
- 6) La matriz identidad multiplicada por la matriz X, es igual a la matriz X.
- 7) Hallar el valor de la matriz X, realizando la operación de matrices que queda en el miembro contrario.

## EJEMPLOS

1)  $AX = B$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$I \cdot X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

2)  $XA = B$

$$X \cdot A \cdot A^{-1} = B \cdot A^{-1}$$

$$X \cdot I = B \cdot A^{-1}$$

$$X = B \cdot A^{-1}$$

3)  $AX + B = C$

$$AX = C - B$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (C - B)$$

$$I \cdot X = A^{-1} \cdot (C - B)$$

$$X = A^{-1} \cdot (C - B)$$

4)  $AXB = BA$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot B \cdot B^{-1} = A^{-1} \cdot B \cdot A \cdot B^{-1}$$

$$I \cdot X \cdot I = A^{-1} \cdot B \cdot A \cdot B^{-1}$$

$$X = A^{-1} \cdot B \cdot A \cdot B^{-1}$$

5)  $XA + C = XB$

$$XA - XB = -C$$

$$X(A - B) = (-C)$$

$$X(A - B)(A - B)^{-1} = (-C)(A - B)^{-1}$$

$$X \cdot I = (-C)(A - B)^{-1}$$

$$X = (-C)(A - B)^{-1}$$

6)  $AXA^t = A$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot A^t \cdot (A^t)^{-1} = A^{-1} \cdot A \cdot (A^t)^{-1}$$

$$I \cdot X \cdot I = I \cdot (A^t)^{-1}$$

$$X = (A^t)^{-1}$$

7)  $AX - X = B$

$$(A - I)X = B$$

$$(A - I)^{-1}(A - I)X = (A - I)^{-1} \cdot B$$

$$I \cdot X = (A - I)^{-1} \cdot B$$

$$X = (A - I)^{-1} \cdot B$$

8)  $AXB = C$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X \cdot B \cdot B^{-1} = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

$$I \cdot X \cdot I = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

$$X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1}$$

9)  $BXB = B(X+A)$  (EBAU Junio 2019)

$$B^{-1} \cdot BXB = B^{-1} \cdot B \cdot (X+A)$$

$$I \cdot XB = I \cdot (X+A)$$

$$XB = (X+A)$$

$$XB - XI = A$$

$$X(B - I) = A$$

$$X(B - I) \cdot (B - I)^{-1} = A \cdot (B - I)^{-1}$$

$$X \cdot I = A \cdot (B - I)^{-1}$$

$$X = A \cdot (B - I)^{-1}$$

10)  $A^{-1}XB + C = I$  (EBAU Septiembre 2018)

$$A^{-1}XB = I - C$$

$$A \cdot A^{-1}XB \cdot B^{-1} = A \cdot (I - C) \cdot B^{-1}$$

$$I \cdot X \cdot I = A \cdot (I - C) \cdot B^{-1}$$

$$\boxed{X = A \cdot (I - C) \cdot B^{-1}}$$

11)  $(A + X)B = C$  (EBAU Septiembre 2017)

$$(A + X)B \cdot B^{-1} = C \cdot B^{-1}$$

$$(A + X) \cdot I = C \cdot B^{-1}$$

$$(A + X) = C \cdot B^{-1}$$

$$\boxed{X = C \cdot B^{-1} - A}$$

12)  $B(A^t + X) = C$  (EBAU Junio 2016)

$$B^{-1} \cdot B \cdot (A^t + X) = B^{-1} \cdot C$$

$$I \cdot (A^t + X) = B^{-1} \cdot C$$

$$(A^t + X) = B^{-1} \cdot C$$

$$\boxed{X = B^{-1} \cdot C - A^t}$$

13)  $AXB^{-1} + C = 0$  (EBAU Septiembre 2016)

$$AXB^{-1} = (-C)$$

$$A^{-1} \cdot AXB^{-1} \cdot B = A^{-1} \cdot (-C) \cdot B$$

$$I \cdot X \cdot I = A^{-1} \cdot (-C) \cdot B$$

$$\boxed{X = A^{-1} \cdot (-C) \cdot B}$$

14)  $AX + BX = -C$  (EBAU Junio 2015)

$$(A+B) \cdot X = (-C)$$

$$(A+B)^{-1}(A+B) \cdot X = (A+B)^{-1} \cdot (-C)$$

$$I \cdot X = (A+B)^{-1} \cdot (-C)$$

$$\boxed{X = (A+B)^{-1} \cdot (-C)}$$

15)  $AX + C = BX$  (EBAU Septiembre 2015)

$$AX - BX = -C$$

$$(A-B) \cdot X = (-C)$$

$$(A-B)^{-1} \cdot (A-B) \cdot X = (A-B)^{-1} \cdot (-C)$$

$$I \cdot X = (A-B)^{-1} \cdot (-C)$$

$$\boxed{X = (A-B)^{-1} \cdot (-C)}$$

16)  $XA+B=CA$  (EBAU Junio 2014)

$$XA = CA - B$$

$$X = (CA - B) \cdot A^{-1}$$

$$XA \cdot A^{-1} = (CA - B) \cdot A^{-1}$$

$$X \cdot I = (CA - B) \cdot A^{-1}$$

$$\boxed{X = (CA - B) \cdot A^{-1}}$$