1. CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ (El límite tiende a +∞)

- Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

- Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene mayor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es cero.

- Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito.

1.1 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{-4}$ Solución: 0

$$\lim_{x\to+\infty} x^{-4} = \lim_{X\to\infty}\frac{1}{X^4} = \frac{1}{\infty} = 0$$

1.2 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{2}{x^2+1}+\frac{3}{x+2}\right] = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 0

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{2}{x^2+1}+\frac{3}{x+2}\right] = \left[\frac{2}{\infty}+\frac{3}{\infty}\right] = 0$$

1.3 $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{\sqrt{x^2-2}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: +∞

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es $\sqrt{x^2}$ es 1.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a +∞

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{\sqrt{x^2-2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^6}-\frac{2}{x^6}}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^6}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\infty}-\frac{2}{\infty}}} = \frac{1}{0} = \infty$$

1.4 $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2-1}{x^3-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 0

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene mayor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es cero.

En este caso el mayor grado del numerador es 2, y el mayor grado del denominador es 3.

Como el Grado del numerador < Grado del denominador → el límite tenderá a 0.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-1}{x^3-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^3}}{1-\frac{1}{x^3}} = \frac{0-0}{1-0} = 0$$

1.5 $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^3-x+6}{x^2+3x+2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: +∞

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a +∞

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-x+6}{x^2+3x+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{x^3}-\frac{x}{x^3}+\frac{6}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3}+\frac{3x}{x^3}+\frac{2}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-\frac{1}{x^2}+\frac{6}{x^3}}{\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x^2}} = \frac{1-0+0}{0+0+0} = \frac{1}{0} = \infty$$

1.6 $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^3-1}{x^2+1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: +∞

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a +∞

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3}+\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1-\frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}} = \frac{1-0}{0+0} = \frac{1}{0} = \infty$$

1.7 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{18x^2+1}\frac{1}{\sqrt{32x^2-3}}\right)=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $\frac{3}{4}$

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es $\sqrt{18x^2}=\sqrt{18}\sqrt{x^2}=\sqrt{18}\,x$ es grado1.

En este caso el mayor grado del denominador es $\sqrt{32x^2}=\sqrt{32}\sqrt{x^2}=\sqrt{32}\,x$ es grado1.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{32}}=\sqrt{\frac{18}{32}}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\sqrt{18x^2+1}}{\sqrt{32x^2-3}}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{18x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}}{\sqrt{\frac{32x^2}{x^2}-\frac{3}{x^2}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{18+\frac{1}{x^2}}}{\sqrt{32-\frac{3}{x^2}}}=\frac{\sqrt{18+0}}{\sqrt{32-0}}=\sqrt{\frac{18}{32}}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$$

1.8 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{2}{3}\right]^x=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 0

$\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{2}{3}\right]^x=\frac{2^\infty}{3^\infty}$ → Como la base del denominador es mayor que la del numerador, al tratarse de una exponencial, el numerador será mucho menor que el denominador → el límite tenderá a 0.

1.9 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-5}{-x^2-4}\right)=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: -∞

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito o menos infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a - ∞

El límite es -∞ porque aparte de mirar el grado, debemos mirar el signo del de mayo grado → $\frac{+x^3}{-x^2}=-$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3-5}{-x^2-4}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}-\frac{5}{x^3}}{\frac{-x^2}{x^3}-\frac{4}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{5}{x^3}}{-\frac{1}{x}-\frac{4}{x^3}}=\frac{1-0}{0+0}=\frac{1}{0}=-\infty$$

1.10 $\lim_{x\to\infty} \frac{4x^3-2}{\sqrt{x-3}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: +∞

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito o menos infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es $\sqrt{x}$ por lo tanto su grado es ½.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a ∞

El límite es ∞ porque aparte de mirar el grado, debemos mirar el signo del de mayo grado → $\frac{+x^3}{\sqrt{+x}} = +$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^3-2}{\sqrt{x-3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4x^3}{x^3}-\frac{2}{x^3}}{\sqrt{\frac{x}{x^6}-\frac{3}{x^6}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{4-\frac{2}{x^3}}{\sqrt{\frac{1}{x^5}-\frac{3}{x^6}}} = \frac{4-0}{0-0} = \frac{4}{0} = \infty$$

1.11 $\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^5+2x-6}}{x^3-4x+2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 0

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene mayor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es cero.

En este caso el mayor grado del numerador es 5/2, y el mayor grado del denominador es 3.

Como el Grado del numerador < Grado del denominador → el límite tenderá a 0.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^5+2x-6}}{x^3-4x+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{x^5}{x^6}+\frac{2x}{x^6}-\frac{6}{x^6}}}{\frac{x^3}{x^3}-\frac{4x}{x^3}+\frac{2}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{2}{x^5}-\frac{6}{x^6}}}{1-\frac{4}{x^2}+\frac{2}{x^3}} = \frac{\sqrt{0+0-0}}{1-0+0} = 0$$

1.12 $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+x}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 1

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es $\sqrt{x^2} = x$ es grado1.

En este caso el mayor grado del denominador es grado1.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{\sqrt{1}}{1} = 1$

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2+x}}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}}}{\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{1} = \frac{\sqrt{1+0}}{1} = 1$$

1.13 $\lim_{x\to\infty} \frac{5x-3}{\sqrt{4x^2+3x-1}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $\frac{5}{2}$

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es grado1.

En este caso el mayor grado del denominador es $\sqrt{4x^2}$, el grado es1.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{5}{\sqrt{4}} = \frac{5}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x-3}{\sqrt{4x^2+3x-1}}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{5x}{x}-\frac{3}{x}}{\sqrt{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{3x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to\infty}\frac{5-\frac{3}{x}}{\sqrt{4+\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}}} = \frac{5-0}{\sqrt{4+0-0}} = \frac{5}{2}$$

1.14 $\lim_{x\to+\infty} \frac{4x^2+x-1}{x^2+1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 4

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 2.

En este caso el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{4}{1} = 4$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^2+x-1}{x^2+1}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{4+0-0}{1+0} = 4$$

1.15 $\lim_{x\to+\infty} \frac{3x^3+2x^2-5}{2x^3-8x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $\frac{3}{2}$

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 3.

En este caso el mayor grado del denominador es 3.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{3}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x^3+2x^2-5}{2x^3-8x^2}\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{3x^3}{x^3}+\frac{2x^2}{x^3}-\frac{5}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3}-\frac{8x^2}{x^3}} = \lim_{x\to\infty}\frac{3+\frac{2}{x}-\frac{5}{x^3}}{2-\frac{8}{x}} = \frac{3+0-0}{2-0} = \frac{3}{2}$$

1.16 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{-3x^2-2x+5}{4x^2-4}\right)=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $-\frac{3}{4}$

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 2.

En este caso el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{-3}{4}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-3x^2-2x+5}{4x^2-4}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-3x^2}{x^2}-\frac{2x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}{\frac{4x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-3-\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}}{4-\frac{4}{x^2}}=\frac{-3-0+0}{4-0}=\frac{-3}{4}$$

1.17 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^3-2x^2-5}{-2x^3-8x^2}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $\frac{-1}{2}$

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 3.

En este caso el mayor grado del denominador es 3.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{1}{-2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-2x^2-5}{-2x^3-8x^2}\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^3}{x^3}-\frac{2x^2}{x^3}-\frac{5}{x^3}}{\frac{-2x^3}{x^3}-\frac{8x^2}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x}-\frac{5}{x^3}}{-2-\frac{8}{x}}=\frac{1-0-0}{-2-0}=-\frac{1}{2}$$

1.18 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x^3-4x+2}{\sqrt{x^5+2x-6}}=\left[\dfrac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $-\infty$

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito o menos infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es $\sqrt{x^5}$ es 5/2.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a - ∞

El límite es -∞ porque aparte de mirar el grado, debemos mirar el signo del de mayo grado → $\frac{-x^3}{\sqrt{+x^5}}=-$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-x^3-4x+2}{\sqrt{x^5+2x-6}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{x^3}{x^3}-\frac{4x}{x^3}+\frac{2}{x^3}}{\sqrt{\frac{x^5}{x^6}+\frac{2x}{x^6}-\frac{6}{x^6}}}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1-\frac{4}{x^2}+\frac{2}{x^3}}{\sqrt{\frac{1}{x}+\frac{2}{x^5}-\frac{6}{x^6}}}=\frac{-1-0+0}{\sqrt{0+0-0}}=\frac{-1}{0}=-\infty$$

2. CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ (El límite tiende a - ∞)

Para calcular los límites cuando tienden a -∞ , lo primero que debemos hacer es sustituir las x por (-x) y el $-\infty$ por ∞

2.1 $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x^2+3x-1}{\sqrt{x^6-2x}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 0

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{(-x)^2+3(-x)-1}{\sqrt{(-x)^6-2(-x)}} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-3x-1}{\sqrt{x^6+2x}}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene mayor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es cero.

En este caso el mayor grado del numerador es 2, y el mayor grado del denominador es 6/2=3.

Como el Grado del numerador < Grado del denominador → el límite tenderá a 0.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2-3x-1}{\sqrt{x^6-2x}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^3}-\frac{3x}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\sqrt{\frac{x^6}{x^6}-\frac{2x}{x^6}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x^3}}{\sqrt{1-\frac{2}{x^5}}} = \frac{0-0-0}{\sqrt{1-0}} = 0$$

2.2 $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3-2\sqrt{x^4+1}}{\sqrt{2x^4+1}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: - $\sqrt{2}$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{3-2\sqrt{(-x)^4+1}}{\sqrt{2(-x)^4+1}} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{3-2\sqrt{x^4+1}}{\sqrt{2x^4+1}}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 4/2=2.

En este caso el mayor grado del denominador es 4/2=2.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{-2\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{-2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3-2\sqrt{x^4+1}}{\sqrt{2x^4+1}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3}{x^2}-2\sqrt{\frac{x^4}{x^4}+\frac{1}{x^4}}}{\sqrt{\frac{2x^4}{x^4}+\frac{1}{x^4}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3}{x^2}-2\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}}{\sqrt{2+\frac{1}{x^4}}} == \frac{0-2\sqrt{1+0}}{\sqrt{2+0}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

2.3 $\lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2+x-1}{x^2+1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 4

$\lim_{x\to\infty} \frac{4(-x)^2+(-x)-1}{(-x)^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{4x^2-x-1}{x^2+1}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 2.

En este caso el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{4}{1} = 4$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x^2-x-1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{4x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{4-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{4-0-0}{1+0} = 4$$

2.4 $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^3-1}{x^2+1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: -∞

$\lim_{x\to\infty} \frac{(-x)^3-1}{(-x)^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x^3-1}{x^2+1}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito o menos infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a - ∞

El límite es -∞ porque aparte de mirar el grado, debemos mirar el signo del de mayo grado → $\frac{-x^3}{+x^2} = -$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-x^3-1}{x^2+1} = \lim_{x\to\infty} \frac{-\frac{x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3}+\frac{1}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-1-\frac{1}{x^3}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{x^3}} = \frac{-1-0}{0+0} = \frac{-1}{0} = -\infty$$

2.5 $\lim_{x\to -\infty} \frac{-x^3-4x+2}{\sqrt{-x^5+2x-6}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: ∞

$\lim_{x\to\infty} \frac{-(-x)^3-4(-x)+2}{\sqrt{-(-x)^5+2(-x)-6}} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+4x+2}{\sqrt{x^5-2x-6}}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Límite del cociente de dos funciones polinómicas donde el denominador tiene menor grado que el numerador, cuando x tiende a ∞, es infinito o menos infinito.

En este caso el mayor grado del numerador es 3, y el mayor grado del denominador es 5/2=2,5.

Como el grado del numerador > grado del denominador → el límite tenderá a ∞

El límite es -∞ porque aparte de mirar el grado, debemos mirar el signo del de mayo grado → $\frac{+x^3}{\sqrt{+x^5}} = +$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3+4x+2}{\sqrt{x^5-2x-6}} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^3}{x^3}+\frac{4x}{x^3}+\frac{2}{x^3}}{\sqrt{\frac{x^5}{x^6}-\frac{2x}{x^6}-\frac{6}{x^6}}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{4}{x^2}+\frac{2}{x^3}}{\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{2}{x^5}-\frac{6}{x^6}}} = \frac{1+0+0}{\sqrt{0-0-0}} = \frac{1}{0} = \infty$$

2.6 $\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{3}{2}\right]^x = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: 0

$\lim_{x\to-\infty} \left[\frac{3}{2}\right]^{(-x)} = \lim_{x\to\infty} \left[\frac{2}{3}\right]^{(x)}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

$\lim_{x\to\infty} \left[\frac{2}{3}\right]^{x} = \frac{2^\infty}{3^\infty}$ → Como la base del denominador es mayor que la del numerador, al tratarse de una exponencial, el numerador será mucho menor que el denominador → el límite tenderá a 0.

2.7 $\lim_{x\to-\infty}\frac{5x^3-3x^2+6}{-2x^3+9x^2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $-\frac{5}{2}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{5(-x)^3-(-x)^2+6}{-2(-x)^3+9(-x)^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{-5x^3-3x^2+6}{2x^3+9x^2}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 3.

En este caso el mayor grado del denominador es 3.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{-5}{2}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-5x^3-3x^2+6}{2x^3+9x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-5x^3}{x^3}-\frac{3x^2}{x^3}+\frac{6}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3}+\frac{9x^2}{x^3}} = \lim_{x\to\infty} \frac{-5-\frac{3}{x}+\frac{6}{x^3}}{2+\frac{9}{x}} = \frac{-5-0+0}{2+0} = \frac{-5}{2}$$

2.8 $\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^2-5}{3x^2-8x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $\frac{-2}{3}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{-2(-x)^2-5}{3(-x)^2-8(-x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{-2x^2-5}{3x^2+8x}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es 2.

En este caso el mayor grado del denominador es 2.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{-2}{3}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-2x^2-5}{3x^2+8x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-2x^2}{x^2}-\frac{5}{x^2}}{\frac{3x^2}{x^2}+\frac{8x}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-2-\frac{5}{x^2}}{3+\frac{8}{x}} = \frac{-2-0}{3+0} = \frac{-2}{3}$$

2.9 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+x}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución:- 1

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{(-x)^2+(-x)}}{(-x)} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-x}}{-x}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es $\sqrt{x^2} = x$ es 1.

En este caso el mayor grado del denominador es 1.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{\sqrt{1}}{-1} = -1$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-x}}{-x} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}}}{\frac{-x}{x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{1}{x}}}{-1} = \frac{\sqrt{1-0}}{-1} = -1$$

2.10 $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{5x-3}{\sqrt{9x^2+3x-1}} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ Solución: $\frac{-5}{3}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5(-x)-3}{\sqrt{9(-x)^2+3(-x)-1}} = \lim\limits_{x\to\infty}\frac{-5x-3}{\sqrt{9x^2-3x-1}}$ Ahora estaremos en los ejercicios del apartado anterior.

Del mismo grado cuando x tiende a ∞, es el cociente de los coeficientes de grado más alto.

En este caso el mayor grado del numerador es $-5x$ es 1.

En este caso el mayor grado del denominador es $\sqrt{9x^2} = 3x$ es 1.

Como el grado del numerador = grado del denominador → cogeremos los coeficientes de grado más alto → $\frac{-5}{\sqrt{9}} = -\frac{5}{3}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-5x-3}{\sqrt{9x^2-3x-1}} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-5x}{x}-\frac{3}{x}}{\sqrt{\frac{9x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-5-\frac{3}{x}}{\sqrt{9-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}}} = \frac{-5-0}{\sqrt{9-0-0}} = -\frac{5}{\sqrt{9}} = -\frac{5}{3}$$

3. CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: $\left[\frac{0}{0}\right]$

3.1 $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-x-2}$ **Solución:** $\frac{5}{3}$

Sustituimos la x por el valor 2 → $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} = \left[\frac{0}{0}\right]$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador $\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+3)\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}(x+1)} =$

$\lim_{x\to 2} \frac{x+3}{x+1}$ Sustituimos la x por el valor 2 → $\lim_{x\to 2} \frac{x+3}{x+1} = \frac{5}{3}$

3.2 $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3}$ **Solución: 0**

Sustituimos la x por el valor 3 → $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3} = \left[\frac{0}{0}\right]$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador: $\lim_{x\to 3} \frac{x^2-6x+9}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)^{\cancel{2}}}{\cancel{(x-3)}} =$
$\lim_{x\to 3}(x-3)$

Sustituimos la x por el valor 3 → $\lim_{x\to 3}(x-3) = 3-3 = 0$

3.3 $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^3-1}$ **Solución:** $\frac{2}{3}$

Sustituimos la x por el valor 1 → $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^3-1} = \left[\frac{0}{0}\right]$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador: $\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{x^3-1} = \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}$

$= \lim_{x\to 1} \frac{(x+1)}{(x^2+x+1)}$

Sustituimos la x por el valor 1 → $\lim_{x\to 1} \frac{(x+1)}{(x^2+x+1)} = \frac{2}{3}$

3.4 $\lim_{x\to -2} \frac{x^2-x-6}{x^3+3x^2+2x}$ Solución: $\frac{-5}{2}$

$\lim_{x\to -2} \frac{x^2-x-6}{x^3+3x^2+2x} = \frac{(-2)^2-(-2)-6}{(-2)^3+3\cdot(-2)^2+2\cdot(-2)} = \left[\frac{0}{0}\right]$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador: $\lim_{x\to -2} \frac{(x-3)\cancel{(x+2)}}{x\cdot(x+1)\cdot\cancel{(x+2)}} =$
$\lim_{x\to -2} \frac{(x-3)}{x\cdot(x+1)} = \frac{-2-3}{(-2)\cdot(-2+1)} = \frac{-5}{2}$

3.5 $\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{\dfrac{2x^3-3x^2+1}{3x^3-8x^2+7x-2}}$ Solución: $\sqrt[3]{3}$

$$\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{\frac{2x^3-3x^2+1}{3x^3-8x^2+7x-2}}=\sqrt[3]{\frac{2\cdot1^3-3\cdot1^2+1}{3\cdot1^3-8\cdot1^2+7\cdot1-2}}=\sqrt[3]{\frac{0}{0}}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

$$\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{\frac{2\cdot\cancel{(x-1)^2}\cdot(x+\frac{1}{2})}{3\cdot\cancel{(x-1)^2}\cdot(x-\frac{2}{3})}}=\lim_{x\to 1}\sqrt[3]{\frac{2\cdot(x+\frac{1}{2})}{3\cdot(x-\frac{2}{3})}}=\sqrt[3]{\frac{2\cdot(1+\frac{1}{2})}{3\cdot(1-\frac{2}{3})}}=\sqrt[3]{\frac{3}{3\cdot(1/3)}}=\sqrt[3]{3}$$

3.6 $\lim_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x-1}$ Solución: 0

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x-1}=\frac{1^2-2\cdot1+1}{1-1}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{(x-1)}=\lim_{x\to 1}(x-1)=0$$

3.7 $\lim_{x\to 0}\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}}$ Solución: 2

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{1-\sqrt{1-x}}=\frac{0}{1-\sqrt{1-0}}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz.

$\lim_{x\to 0}\dfrac{x}{1-\sqrt{1-x}}=\lim_{x\to 0}\dfrac{x}{(1-\sqrt{1-x})}\cdot\dfrac{(1+\sqrt{1-x})}{(1+\sqrt{1-x})}$ Solo operamos el conjugado, es decir en este caso el denominador $\lim_{x\to 0}\dfrac{x\cdot(1+\sqrt{1-x})}{1-(\sqrt{1-x})^2}=\lim_{x\to 0}\dfrac{x\cdot(1+\sqrt{1-x})}{1-(1-x)}=\lim_{x\to 0}\dfrac{x\cdot(1+\sqrt{1-x})}{x}$

Volvemos a sustituir el límite por el valor 0 $\lim_{x\to 0}\dfrac{x\cdot(1+\sqrt{1-x})}{x}=\left[\dfrac{0}{0}\right]$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la x tanto del numerador como del denominador

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\cdot(1+\sqrt{1-x})}{\cancel{x}}=\lim_{x\to 0}\frac{(1+\sqrt{1-x})}{1}=\frac{1+\sqrt{1-0}}{1}=\frac{1+1}{1}=2$$

3.8 $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$ Solución:- $\frac{1}{4}$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \frac{\sqrt{3+1}-2}{3-3} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz.

$\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{(x-3)} \cdot \frac{(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}+2)}$ Solo operamos el conjugado, es decir en este caso el numerador $\lim_{x\to 3} \frac{((\sqrt{1-x})^2-4)}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x\to 3} \frac{1-x-4}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)} =$ $\lim_{x\to 3} \frac{-x-3}{(x-3)(\sqrt{x+1})+2} = \lim_{x\to 3} \frac{-(x+3)}{(x+3)(\sqrt{x+1}+2)}$

Volvemos a sustituir el límite por el valor 3 $\lim_{x\to 3} \frac{-(x+3)}{(x+3)(\sqrt{x+1}+2)} = \left[\frac{0}{0}\right]$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la (x+3) tanto del numerador como del denominador

$$\lim_{x\to 3} \frac{-\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)}(\sqrt{x+1}+2)} = \lim_{x\to 3} \frac{-1}{(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{-1}{\sqrt{3+1}+2} = \boxed{\frac{-1}{4}}$$

3.9 $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$ Solución: $\frac{4}{3}$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4} = \frac{\sqrt{0+9}-3}{\sqrt{0+16}-4} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz, en este caso tanto del numerador como del denominador:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4} \cdot \frac{\sqrt{x+9}+3}{\sqrt{x+9}+3} \cdot \frac{\sqrt{x+16}+4}{\sqrt{x+16}+4}$$

Solo operaremos los conjugados: $\lim_{x\to 0} \frac{\left((\sqrt{x+9})^2-9\right)}{\left((\sqrt{x+16})^2-16\right)} \cdot \frac{\sqrt{x+16}+4}{\sqrt{x+9}+3} =$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(x+9-9)\cdot\left(\sqrt{x+16}+4\right)}{(x+16-16)\cdot\sqrt{x+9}+3} = \lim_{x\to 0} \frac{x\cdot\left(\sqrt{x+16}+4\right)}{x\cdot\left(\sqrt{x+9}+3\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la x tanto del numerador como del denominador.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}\cdot\left(\sqrt{x+16}+4\right)}{\cancel{x}\cdot\left(\sqrt{x+9}+3\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{\left(\sqrt{x+16}+4\right)}{\left(\sqrt{x+9}+3\right)} = \frac{\sqrt{0+16}+4}{\sqrt{0+9}+3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

3.10 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{2x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1}$ Solución: 1

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz, en este caso tanto del numerador como del denominador:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x+4}-2}{\sqrt{x+1}-1}\cdot\frac{\sqrt{2x+4}+2}{\sqrt{2x+4}+2}\cdot\frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1}$$

Solo operaremos los conjugados: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\left(\left(\sqrt{2x+4}\right)^2-4\right)}{\left(\left(\sqrt{x+1}\right)^2-1\right)}\cdot\dfrac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{2x+4}+2} =$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(2x+4-4)\cdot\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{(x+1-1)\cdot\sqrt{2x+4}+2} = \lim_{x\to 0} \frac{2x\cdot\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{x\cdot\left(\sqrt{2x+4}+2\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la x tanto del numerador como del denominador.

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\cancel{x}\cdot\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{\cancel{x}\cdot\left(\sqrt{2x+4}+2\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{2\cdot\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{\left(\sqrt{2x+4}+2\right)} = \frac{2\cdot(\sqrt{0+1}+1)}{\sqrt{0+4}+2} = \frac{4}{4} = 1$$

3.11 $\underset{x\to 0}{Lim}\frac{2-\sqrt{4-x}}{x}$ Solución: $\frac{1}{4}$

$$\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{4-x}}{x}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz.

$$\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{4-x}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{4-x}}{x}\cdot\frac{(2+\sqrt{4-x})}{(2+\sqrt{4-x})}$$ Solo operamos el conjugado, es decir en este caso el numerador $\lim_{x\to 0}\frac{(4-(\sqrt{4-x})^2)}{x\cdot(2+\sqrt{4-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{4-4+x}{(x)(2+\sqrt{4-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{(x)(2+\sqrt{4-x})}=\left[\frac{0}{0}\right]$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la (x+3) tanto del numerador como del denominador

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{(x)}}{\cancel{(x)}(2+\sqrt{4-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(2+\sqrt{4-x})}=\frac{1}{2+\sqrt{4-0}}=\frac{1}{4}$$

3.12 $\underset{x\to 1}{Lim}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ Solución: 2

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}=\frac{1-1}{\sqrt{1}-1}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{(\sqrt{x}-1)}\cdot\frac{(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\cdot(\sqrt{x}+1)}{\left((\sqrt{x})^2-1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)\cdot(\sqrt{x}+1)}{(x-1)}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la (x-1) tanto del numerador como del denominador

$$\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}\cdot(\sqrt{x}+1)}{\cancel{(x-1)}}=\lim_{x\to 1}(\sqrt{x}+1)=(\sqrt{1}+1)=2$$

3.13 $\underset{x\to 0}{Lim}\frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ Solución: 1

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}=\frac{0}{\sqrt{1+0}-\sqrt{1-0}}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}\right)}\cdot\frac{\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)} = \lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{\left(\left(\sqrt{1+x}\right)^2-\left(\sqrt{1-x}\right)^2\right)} =$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{(1+x-1+x)} = \lim_{x\to 0}\frac{x\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{2x} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la x tanto del numerador como del denominador

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{2\cancel{x}} = \lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{2} = \frac{\sqrt{1+0}+\sqrt{1-0}}{2} = 1$$

3.14 $\displaystyle Lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{5}\right)}{x-5}$ Solución: $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{5}\right)}{x-5} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

En este caso como tenemos raíces debemos realizar el conjugado de la parte correspondiente a la raíz.

$$\lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{5}\right)}{x-5} = \lim_{x\to 5}\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{5}\right)}{x-5}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{5}\right)} =$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\left(\left(\sqrt{x}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2\right)}{(x-5)\left(\sqrt{x}+\sqrt{5}\right)} = \lim_{x\to 5}\frac{(x-5)}{(x-5)\cdot\left(\sqrt{x}+\sqrt{5}\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Si nos damos cuenta el causante de esta indeterminación es la (x-5) tanto del numerador como del denominador

$$\lim_{x\to 5}\frac{\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}\cdot\left(\sqrt{x}+\sqrt{5}\right)} = \lim_{x\to 5}\frac{1}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{5}\right)} = \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{5}} = \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

3.15 $\underset{x\to 1}{Lim}\dfrac{x^3-1}{x^2-1}$ Solución: $\frac{3}{2}$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^2-1}=\frac{1^3-1}{1^2-1}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x^2+x+1)}{(x+1)}=\frac{1^2+1+1}{1+1}=\frac{3}{2}$$

3.16 $\underset{x\to 2}{Lim}\dfrac{-2x^2+5x-2}{3x^2-2x-8}$ Solución: $\frac{-3}{10}$

$$\lim_{x\to 2}\frac{-2x^2+5x-2}{3x^2-2x-8}=\frac{-2(2)^2+5(2)-2}{3(2)^2-2(2)-8}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador:

$$\lim_{x\to 2}\frac{-2\cdot\cancel{(x-2)}(x-1/2)}{3\cdot\cancel{(x-2)}(x+4/3)}=\lim_{x\to 2}\frac{-2x+1}{3x+4}=\frac{-2(2)+1}{3(2)+4}=\frac{-3}{10}$$

3.17 $\underset{x\to 2}{Lim}\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x-2}$ Solución: $\frac{5}{3}$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2-x-2}=\frac{(2)^2+(2)-6}{(2)^2-(2)-2}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador:

$$\lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x+3)}{\cancel{(x-2)}(x+1)}=\lim_{x\to 2}\frac{x+3}{x+1}=\frac{2+3}{2+1}=\frac{5}{3}$$

4. CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: $[\infty - \infty]$

4.1 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)$ Solución: 0

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\infty}-\sqrt{\infty}\right) = [\infty-\infty]$$

Para resolver esta indeterminación debemos realizar el conjugado.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}\right)\cdot\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)}{\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x+2}\right)^2-\left(\sqrt{x-2}\right)^2\right)}{\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+2-x+2)}{\left(\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{4}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}} = \frac{4}{\infty} = 0$$

4.2 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)$ Solución: $\frac{1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\infty}-\infty\right) = [\infty-\infty]$$

Para resolver esta indeterminación debemos realizar el conjugado.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2+x+1}\right)^2-x^2\right)}{\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2+x+1-x^2}{\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)}{\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{(x+1)}{\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Cuando los límites tienden a ∞ son especiales, debemos dividir todos los términos entre el valor de la x con mayor grado, que en este caso es x. Atención, podríais pensar que fuera x^2 pero como se encuentra dentro de una raíz cuadrada $\sqrt{x^2}=x$

También podríamos decir que como el Grado del numerador= Grado del denominador, deberemos coger los coeficientes del de mayor grado tanto del numerador como del denominador.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x+1)}{\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\frac{x}{x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}+1}} = \frac{1+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = \frac{1}{2}$

4.3 $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2+1}\right)$ Solución: $\frac{-1}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2+1}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\infty}-\sqrt{\infty}\right) = [\infty-\infty]$$

Para resolver esta indeterminación debemos realizar el conjugado.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\left(\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2+1}\right)\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2+1}\right)\right)\cdot\left(\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}{\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2-x}\right)^2-\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2\right)}{\left(\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x-x^2-1}{\left(\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{(-x-1)}{\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty}\frac{(-x-1)}{\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Cuando los límites tienden a ∞ son especiales, debemos dividir todos los términos entre el valor de la x con mayor grado, que en este caso es x. Atención, podríais pensar que fuera x^2 pero como se encuentra dentro de una raíz cuadrada $\sqrt{x^2} = x$

También podríamos decir que como el Grado del numerador= Grado del denominador, deberemos coger los coeficientes del de mayor grado tanto del numerador como del denominador.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(-x-1)}{\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2+1}\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-x}{x}-\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{x}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{-1-\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty}\frac{-1-\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)} = \frac{-1-0}{\left(\sqrt{1-0}+\sqrt{1+0}\right)} = \frac{-1}{2}$

4.4 $\lim_{x\to+\infty}\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)$ Solución: 0

$$\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\infty}-\infty\right)=[\infty-\infty]$$

Para resolver esta indeterminación debemos realizar el conjugado.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)\right)\cdot\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}{\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(x^2-\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2\right)}{\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-x^2-1}{\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Como el Grado del numerador < Grado del denominador, el límite tenderá a 0.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-1}{\left(\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-1}{x}}{\left(\left(\frac{x}{x}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{1}{x^2}}\right)\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-1}{x}}{\left(\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-1}{x}}{\left(\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)\right)}=\frac{0}{1+\sqrt{1+0+}}=\frac{0}{2}=0$

4.5 $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}$ Solución: $\frac{-3}{2}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\infty}-\sqrt{\infty}\right)=[\infty-\infty]$$

Para resolver esta indeterminación debemos realizar el conjugado.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right)\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right)\right)\cdot\left(\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)\right)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}\right)^2-\left(\sqrt{x^2-1}\right)^2\right)}{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-x^2+1}{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{(-3x+1)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty}\frac{(-3x+1)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Cuando los límites tienden a ∞ son especiales, debemos dividir todos los términos entre el valor de la x con mayor grado, que en este caso es x. Atención, podríais pensar que fuera x^2 pero como se encuentra dentro de una raíz cuadrada $\sqrt{x^2} = x$

También podríamos decir que como el Grado del numerador= Grado del denominador, deberemos coger los coeficientes del de mayor grado tanto del numerador como del denominador.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(-3x+1)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-3x}{x}+\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3+\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty} \frac{-3+\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)} = \frac{-3-0}{\left(\sqrt{1-0}+\sqrt{1-0}\right)} = \frac{-3}{2}$

5. CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: [1^∞]

5.1 $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+5}{x-3}\right)^{x+2}$ Solución: e^8

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x-3}\right)^{x+2} = [1]^\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x-3}\right)^{x+2} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+2)\cdot\left(\frac{x+5}{x-3}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+2)\cdot\left(\frac{x+5-x+3}{x-3}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+2)\cdot\left(\frac{8}{x-3}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{8(x+2)}{x-3}\right)}$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{8x+16}{x-3}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{8x}{x}+\frac{16}{x}}{\frac{x}{x}-\frac{3}{x}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{8+\frac{16}{x}}{1-\frac{3}{x}}\right)} = e^{\frac{8}{1}} = e^8$$

5.2 $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{7x^2+1}{7x^2-1}\right)^{3x^2+2}$ Solución: $e^{\frac{6}{7}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{7x^2+1}{7x^2-1}\right)^{3x^2+2} = [1]^\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{7x^2+1}{7x^2-1}\right)^{3x^2+2} = e^{\lim_{x\to\infty}(3x^2+2)\cdot\left(\frac{7x^2+1}{7x^2-1}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(3x^2+2)\cdot\left(\frac{7x^2+1-7x^2+1}{7x^2-1}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}(3x^2+2)\cdot\left(\frac{2}{7x^2-1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{6x^2+4}{7x^2-1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{6x^2}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{7x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{6+\frac{4}{x^2}}{7-\frac{1}{x^2}}} = e^{\frac{6+0}{7-0}} = e^{6/7}$$

5.3 $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{5x+1}{5x-1}\right)^{3x+2}$ Solución: $e^{\frac{6}{5}}$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x+1}{5x-1}\right)^{3x+2} = [1]^\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x+1}{5x-1}\right)^{3x+2} = e^{\lim_{x\to\infty}(3x+2)\cdot\left(\frac{5x+1}{5x-1}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(3x+2)\cdot\left(\frac{5x+1-5x+1}{5x-1}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}(3x+2)\cdot\left(\frac{2}{5x-1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{6x+4}{5x-1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{6x}{x}+\frac{4}{x}}{\frac{5x}{x}-\frac{1}{x}}} = e^{\lim_{x\to\infty}\frac{6+\frac{4}{x}}{5-\frac{1}{x}}} = e^{\frac{6+0}{5-0}} = e^{6/5}$$

5.4 $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2}\right)^{\frac{x^2+1}{x-1}}$ Solución: e^2

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2}\right)^{\frac{x^2+1}{x-1}} = [1]^\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2}\right)^{\frac{x^2+1}{x-1}} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2+2x+1}{x^2}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2+2x+1-x^2}{x^2}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{2x+1}{x^2}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x^3+x^2+2x+1}{x^3-x^2}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{2x^3}{x^3}+\frac{x^2}{x^3}+\frac{2x}{x^3}+\frac{1}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}-\frac{x^2}{x^3}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{1-\frac{1}{x}}\right)} = e^{\frac{2+0+0+0}{1-0}} = e^2$$

5.5 $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3-3x+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x+1}{x-1}}$ Solución: $+\infty$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-3x+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x+1}{x-1}} = [1]^\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-3x+1}{x^2-1}\right)^{\frac{x+1}{x-1}} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^3-3x+1}{x^2-1}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^3-3x+1-x^2+1}{x^2-1}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^3-x^2-3x+2}{x^2-1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^4-4x^2-x+2}{x^3-x^2-x+1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{4x^2}{x^4}-\frac{x}{x^4}+\frac{2}{x^4}}{\frac{x^3}{x^4}-\frac{x^2}{x^4}-\frac{x}{x^4}+\frac{1}{x^4}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1-\frac{4}{x^2}-\frac{1}{x^3}+\frac{2}{x^4}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x^4}}\right)} = e^{\frac{1-0-0+0}{0-0-0+0}} =$$

$e^\infty = \infty$

5.6 $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^3-3x+1}\right)^{\frac{x+1}{x^2-1}}$ Solución: 1

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^3-3x+1}\right)^{\frac{x+1}{x^2-1}} = [1]^\infty$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^3-3x+1}\right)^{\frac{x+1}{x^2-1}} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2-1}{x^3-3x+1}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2-1-x^3+3x-1}{x^3-3x+1}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)\cdot\left(\frac{-x^3+x^2+3x-2}{x^3-3x+1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-x^4+4x^2+x-2}{x^5-4x^3+x^2+3x-1}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{-x^4}{x^5}+\frac{4x^2}{x^5}+\frac{x}{x^5}-\frac{2}{x^5}}{\frac{x^5}{x^5}-\frac{4x^3}{x^5}+\frac{x^2}{x^5}+\frac{3x}{x^5}-\frac{1}{x^5}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{-1}{x}+\frac{4}{x^3}+\frac{1}{x^4}-\frac{2}{x^5}}{1-\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^3}+\frac{3}{x^4}-\frac{1}{x^5}}\right)} =$$

$$= e^{\frac{-0+0+0-0}{1-0+0+0-0}} = e^0 = 1$$

6 CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: $\left[\frac{k}{0}\right]$

6.1 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2+3x+2}{x^2-x}$ Solución: no existe

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+3x+2}{x^2-x}=\frac{0^2+3\cdot 0+2}{0^2-0}=\frac{+2}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2+3x+2}{x^2-x}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$
$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+3x+2}{x^2-x}=\frac{+}{0^-}=-\infty$$

Como $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\to\nexists\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

6.2 $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2+5x+6}{x^2-x-2}$ Solución: no existe

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+5x+6}{x^2-x-2}=\frac{2^2+5\cdot 2+6}{2^2-2-2}=\frac{+20}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{x^2+5x+6}{x^2-x-2}=\frac{+}{0^-}=-\infty$$
$$\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2+5x+6}{x^2-x-2}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$

Como $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)\neq\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\to\nexists\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

6.3 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2+6x+8}{x^2}$ Solución: $+\infty$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^2+6x+8}{x^2}=\frac{0^2+6\cdot 0+8}{0^2}=\frac{+8}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{x^2+6x+8}{x^2}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$
$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+6x+8}{x^2}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$

Como $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\to\exists\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\infty$

6.4 $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+1}$ Solución: $+\infty$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+1}=\frac{(-1)^2-5\cdot(-1)+6}{(-1)^2+2\cdot(-1)+1}=\frac{+12}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -1^-}\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+1}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$
$$\lim_{x\to -1^+}\frac{x^2-5x+6}{x^2+2x+1}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$

Como $\lim_{x\to -1^-}f(x)=\lim_{x\to -1^+}f(x)\to\exists\lim_{x\to -1}f(x)=\infty$

6.5 $\lim_{x\to 4}\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-12}$ Solución: No existe

$$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-12}=\frac{4^2-3\cdot 4+2}{4^2-4-12}=\frac{+6}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 4^-}\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-12}=\frac{+}{0^-}=-\infty$$
$$\lim_{x\to 4^+}\frac{x^2-3x+2}{x^2-x-12}=\frac{+}{0^+}=+\infty$$

Como $\lim_{x\to 4^-}f(x)\neq\lim_{x\to 4^+}f(x)\to\nexists\lim_{x\to 4}f(x)$

6.6 $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-4x^2}{x^2-4x+3}$ Solución: No existe

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-4x^2}{x^2-4x+3}=\frac{1^3-4\cdot 1^2}{1^2-4\cdot 1+3}=\frac{-3}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^3-4x^2}{x^2-4x+3}=\frac{-}{0^+}=-\infty$$
$$\lim_{x\to 1^+}\frac{x^3-4x^2}{x^2-4x+3}=\frac{-}{0^-}=+\infty$$

Como $\lim_{x\to 1^-}f(x)\neq\lim_{x\to 1^+}f(x)\to\nexists\lim_{x\to 1}f(x)$

7 CALCULA LOS SIGUIENTES LÍMITES: (varias indeterminaciones)

7.1 $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1}$ **Solución: no existe** $\left[\frac{0}{0}\right]$ **y** $\left[\frac{k}{0}\right]$

$$\lim_{x\to -1} \frac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$\lim_{x\to -1} \frac{3x^2+x-2}{x^3+x^2-x-1} = \lim_{x\to -1} \frac{3\cdot(x+1)\cdot(x-\frac{2}{3})}{(x+1)^2\cdot(x-1)} = \lim_{x\to -1} \frac{3\cdot(x-\frac{2}{3})}{(x+1)(x-1)} =$$ Sustituimos la x por -1

$$\lim_{x\to -1} \frac{3\cdot(x-\frac{2}{3})}{(x+1)(x-1)} = \frac{-5}{0} = \left[\frac{K}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -1^-} \frac{3\cdot(x-\frac{2}{3})}{(x+1)(x-1)} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -1^+} \frac{3\cdot(x-\frac{2}{3})}{(x+1)(x-1)} = \frac{-5}{0^-} = +\infty$$

Como $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to -1^+} f(x) \to \nexists \lim\limits_{x\to -1} f(x)$

7.2 $\lim\limits_{x\to 3} \left[\dfrac{2x}{x^2-9} - \dfrac{x+1}{x-3}\right]$ **Solución: no existe** $[\infty-\infty]$ **y** $\left[\frac{k}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 3.

$$\lim_{x\to 3} \left[\frac{2x}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3}\right] = \left[\frac{6}{0} - \frac{4}{0}\right] = [\infty - \infty]$$

Unificamos ambas fracciones en una, para ello calculamos el m.c.m del denominador.

$$\lim_{x\to 3} \left[\frac{2x}{x^2-9} - \frac{x+1}{x-3}\right] = \lim_{x\to 3} \frac{2x\cdot(1)-(x+1)\cdot(x+3)}{x^2-9} = \lim_{x\to 3} \frac{2x-x^2-x-3x-3}{x^2-9} = \lim_{x\to 3} \frac{-x^2-2x-3}{x^2-9}$$

Volvemos a sustituir la x por el valor 3. $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{-x^2-2x-3}{x^2-9} = \left[\dfrac{-18}{0}\right] = \left[\dfrac{k}{0}\right]$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 3^-} \frac{-x^2-2x-3}{x^2-9} = \frac{-18}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 3^+} \frac{-x^2-2x-3}{x^2-9} = \frac{-18}{0^+} = -\infty$$

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) \to \nexists \lim\limits_{x\to 3} f(x)$

7.3 $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{2x+4}{x^2-x+6}\right)^{\frac{3x}{x-1}}$ Solución: $\sqrt{e}$ $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 1.

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{2x+4}{x^2-x+6}\right)^{\frac{3x}{x-1}}=[1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{2x+4}{x^2-x+6}\right)^{\frac{3x}{x-1}}= e^{\lim_{x\to1}\left(\frac{3x}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{2x+4}{x^2-x+6}-1\right)}=e^{\lim_{x\to1}\left(\frac{3x}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{2x+4-x^2+x-6}{x^2-x+6}\right)}=$$

$e^{\lim_{x\to1}\left(\frac{3x}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{-x^2+3x-2}{x^2-x+6}\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim_{x\to1}\left(\frac{3x}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{-(x-1)(x-2)}{x^2-x+6}\right)}=e^{\lim_{x\to1}\frac{-3x(x-2)}{(x^2-x+6)}}=e^{\frac{(-3)\cdot(1-2)}{1^2-1+6}}=e^{\frac{3}{6}}=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$$

7.4 $\lim_{x\to 2}\left(\frac{3x-2}{x^2-2x+4}\right)^{\frac{x}{x-2}}$ Solución: $\sqrt{e}$ $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 2.

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{3x-2}{x^2-2x+4}\right)^{\frac{x}{x-2}}=[1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{3x-2}{x^2-2x+4}\right)^{\frac{x}{x-2}}=e^{\lim_{x\to2}\left(\frac{x}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{3x-2}{x^2-2x+4}-1\right)}=e^{\lim_{x\to2}\left(\frac{x}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{3x-2-x^2+2x-4}{x^2-2x+4}\right)}=$$

$e^{\lim_{x\to2}\left(\frac{x}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{-x^2+5x-6}{x^2-2x+4}\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim_{x\to2}\left(\frac{x}{x-2}\right)\cdot\left(\frac{-(x-3)(x-2)}{x^2-2x+4}\right)}=e^{\lim_{x\to2}\frac{-x(x-3)}{(x^2-2x+4)}}=e^{\frac{(-2)\cdot(2-3)}{2^2-2\cdot2+4}}=e^{\frac{2}{4}}=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$$

7.5 $\lim_{x\to 3}\left(\frac{2x^2-x+1}{4x+4}\right)^{\frac{2x}{x-3}}$ Solución: $e^{\frac{21}{8}}$ $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 3.

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{2x^2-x+1}{4x+4}\right)^{\frac{2x}{x-3}}=[1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 3}\left(\frac{2x^2-x+1}{4x+4}\right)^{\frac{2x}{x-3}}=e^{\lim_{x\to3}\left(\frac{2x}{x-3}\right)\cdot\left(\frac{2x^2-x+1}{4x+4}-1\right)}=e^{\lim_{x\to3}\left(\frac{2x}{x-3}\right)\cdot\left(\frac{2x^2-x+1-4x-4}{4x+4}\right)}=$$

$e^{\lim_{x\to3}\left(\frac{2x}{x-3}\right)\cdot\left(\frac{2x^2-5x-3}{4x+4}\right)}=\left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim_{x\to3}\left(\frac{2x}{x-3}\right)\cdot\left(\frac{2(x-3)(x+1/2)}{4x+4}\right)}=e^{\lim_{x\to3}\frac{4x(x+1/2)}{(4x+4)}}=e^{\frac{(12)\cdot(3+1/2)}{4\cdot3+4}}=e^{\frac{42}{16}}=e^{\frac{21}{8}}$$

7.6 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2-3x+1}{5x+1}\right)^{\frac{3}{x}}$ Solución: e^{-24} $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 0.

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2-3x+1}{5x+1}\right)^{\frac{3}{x}} = [1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2-3x+1}{5x+1}\right)^{\frac{3}{x}} = e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{3}{x}\right)\cdot\left(\frac{x^2-3x+1}{5x+1}-1\right)} = e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{3}{x}\right)\cdot\left(\frac{x^2-3x+1-5x-1}{5x+1}\right)} =$$

$e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{3}{x}\right)\cdot\left(\frac{x^2-8x}{5x+1}\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{3}{x}\right)\cdot\left(\frac{x(x-8)}{5x+1}\right)} = e^{\lim_{x\to 0}\frac{3(x-8)}{(5x+1)}} = e^{\frac{(3)\cdot(0-8)}{5\cdot 0+1}} = e^{\frac{24}{-1}} = e^{-24}$$

7.7 $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-2x+3}{x+1}\right)^{\frac{1}{x-1}}$ Solución: $e^{-\frac{1}{2}}$ $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 1.

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-2x+3}{x+1}\right)^{\frac{1}{x-1}} = [1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2-2x+3}{x+1}\right)^{\frac{1}{x-1}} = e^{\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2-2x+3}{x+1}-1\right)} = e^{\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2-2x+3-x-1}{x+1}\right)} =$$

$e^{\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x^2-3x+2}{x+1}\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{(x-1)(x-2)}{x+1}\right)} = e^{\lim_{x\to 1}\frac{(x-2)}{(x+1)}} = e^{\frac{(1-2)}{1+1}} = e^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}\cdot\frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}}{e}$$

7.8 $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1+2x}{2x+5}\right)^{2x^2-1}$ Solución: 0 $[1^\infty]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Sustituimos la x por el valor ∞.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1+2x}{2x+5}\right)^{2x^2-1} = [1^\infty]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1+2x}{2x+5}\right)^{2x^2-1} = e^{\lim_{x\to\infty}(2x^2-1)\cdot\left(\frac{1+2x}{2x+5}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(2x^2-1)\cdot\left(\frac{1+2x-2x-5}{2x+5}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}(2x^2-1)\cdot\left(\frac{-4}{2x+5}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-8x^2+4}{2x+5}\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{-8x^2}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{2x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-8+\frac{4}{x^2}}{\frac{2}{x}+\frac{5}{x^2}}\right)} = e^{\frac{-8+0}{0+0}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = \frac{1}{\infty} = 0$$

7.9 $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{4x-2}{3x+5}\right)^{x^2-1}$ Solución: $+\infty$ $[1^{\infty}]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4(-x)-2}{3(-x)+5}\right)^{(-x)^2-1} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{-4x-2}{-3x+5}\right)^{x^2-1}$$

Sustituimos la x por el valor ∞.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-4x-2}{-3x+5}\right)^{x^2-1} = \left[\frac{4}{3}\right]^{\infty}$$

Como la base del numerador es mayor que la del denominador, al tratarse de una exponencial, el numerador será mucho mayor que el denominador → el límite tenderá a ∞.

7.10 $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1}$ Solución: $e^{\frac{-5}{2}}$ $[1^{\infty}]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Sustituimos la x por el valor ∞.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1} = [1^{\infty}]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-2}{3+2x}\right)^{x+1} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+1)\cdot\left(\frac{2x-2}{3+2x}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+1)\cdot\left(\frac{2x-2-3-2x}{3+2x}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}(x+1)\cdot\left(\frac{-5}{3+2x}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-5x-5}{2x+3}\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{-5x}{x}-\frac{5}{x}}{\frac{2x}{x}+\frac{3}{x}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-5-\frac{5}{x}}{2-\frac{3}{x}}\right)} = e^{\frac{-5-0}{2-0}} = e^{-\frac{5}{2}}$$

7.11 $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{4x^2-7}{3x^2+9x}\right)^{x}$ Solución: 0 $[1^{\infty}]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4(-x)^2-7}{3(-x)^2+9(-x)}\right)^{(-x)} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^2-7}{3x^2-9x}\right)^{-x}$$

Sustituimos la x por el valor ∞.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x^2-7}{3x^2-9x}\right)^{-x} = \left[\frac{4}{3}\right]^{-\infty} = \left[\frac{3}{4}\right]^{\infty}$$

Como la base del numerador es menor que la del denominador, al tratarse de una exponencial, el numerador será mucho menor que el denominador → el límite tenderá a 0.

7.12 $\quad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{2x}$ Solución: 1 $\quad [1^\infty]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Sustituimos la x por el valor ∞.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{2x} = [1^\infty]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{2x} = e^{\lim_{x\to\infty}(2x)\cdot\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(2x)\cdot\left(\frac{x^2+1-x^2+2}{x^2-2}\right)} =$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}(2x)\cdot\left(\frac{3}{x^2-2}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{6x}{x^2-2}\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{6x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{2}{x^2}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{6}{x}}{1-\frac{2}{x^2}}\right)} = e^{\frac{0}{1-0}} = e^0 = 1$$

7.13 $\quad \lim_{x\to\infty}\left[\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right]$ Solución: $\frac{-3}{2}$ $[\infty-\infty]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right) = \lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\infty}-\sqrt{\infty}\right) = [\infty-\infty]$$

Para resolver esta indeterminación debemos realizar el conjugado.

$$\lim_{x\to\infty}\left(\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right)\right) = \lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}-\sqrt{x^2-1}\right)\right)\cdot\left(\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)\right)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}\right)^2-\left(\sqrt{x^2-1}\right)^2\right)}{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x-x^2+1}{\left(\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)\right)} = \lim_{x\to\infty}\frac{(-3x+1)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\quad \lim_{x\to\infty}\frac{(-3x+1)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Cuando los límites tienden a ∞ son especiales, debemos dividir todos los términos entre el valor de la x con mayor grado, que en este caso es x. Atención, podríais pensar que fuera x^2 pero como se encuentra dentro de una raíz cuadrada $\sqrt{x^2} = x$

También podríamos decir que como el Grado del numerador= Grado del denominador, deberemos coger los coeficientes del de mayor grado tanto del numerador como del denominador.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(-3x+1)}{\left(\sqrt{x^2-3x}+\sqrt{x^2-1}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{-3x}{x}+\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}}+\sqrt{\frac{x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{-3+\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)}$$

Sustituimos el valor de la x por ∞ $\lim_{x\to\infty} \frac{-3+\frac{1}{x}}{\left(\sqrt{1-\frac{3}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}\right)} = \frac{-3-0}{\left(\sqrt{1-0}+\sqrt{1-0}\right)} = \frac{-3}{2}$

7.14 $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^3-5x^2+3x+9}$ **Solución: no existe $\left[\frac{0}{0}\right]$ y $\left[\frac{k}{0}\right]$**

Sustituimos la x por el valor 3

$\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^3-5x^2+3x+9} = \left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$\lim_{x\to 3} \frac{(x-3)}{(x-3)^2\cdot(x+1)} = \lim_{x\to 3} \frac{1}{(x-3)\cdot(x+1)} \to$ Sustituimos la x por el valor 3 $\to \frac{1}{0} = \left[\frac{k}{0}\right]$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty$$
$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

Como $\lim_{x\to 3^-} f(x) \neq \lim_{x\to 3^+} f(x) \to \nexists \lim_{x\to 3} f(x)$

7.15 $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-x}{x^2-2x+1}$ Solución: no existe $\left[\frac{0}{0}\right]$ y $\left[\frac{k}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 1 $\to \lim_{x\to 1} \frac{x^3-1}{x^2-2x+1} = \left[\frac{0}{0}\right]$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador: $\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)^2} =$
$\lim_{x\to1}\frac{\cancel{(x-1)}(x^2+x+1)}{\cancel{(x-1)}(x-1)}$

$= \lim_{x\to1}\frac{(x^2+x+1)}{(x-1)} = \frac{+3}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$

Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x\to1^-}\frac{x^2+x+1}{x-1} = \frac{+}{0^-} = -\infty$

$\lim_{x\to1^+}\frac{x^2+x+1}{x-1} = \frac{+}{0^+} = +\infty$

Como $\lim_{x\to1^-} f(x) \neq \lim_{x\to1^+} f(x) \to \nexists \lim_{x\to1} f(x)$

7.16 $\quad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{4+3x}\right)^{x+1}$ Solución: $\frac{1}{e^2}$ $\quad [1^\infty]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

Sustituimos la x por el valor ∞.

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{4+3x}\right)^{x+1} = [1^\infty]$

$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-2}{4+3x}\right)^{x+1} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+1)\cdot\left(\frac{3x-2}{4+3x}-1\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}(x+1)\cdot\left(\frac{3x-2-4-3x}{4+3x}\right)} =$

$e^{\lim_{x\to\infty}(x+1)\cdot\left(\frac{-6}{4+3x}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-6x-6}{3x+4}\right)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

$e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{-6x}{x}-\frac{6}{x}}{\frac{3x}{x}+\frac{4}{x}}\right)} = e^{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{-6-\frac{6}{x}}{3+\frac{4}{x}}\right)} = e^{\frac{-6}{3}} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$

7.17 $\quad \lim_{x\to2}\left(\frac{3x}{x^2-4}-\frac{x+1}{x-2}\right)$ Solución: no existe

$[\infty-\infty]$ y $\left[\frac{k}{0}\right]$

$\lim_{x\to2}\left[\frac{3x}{x^2-4}-\frac{x+1}{x-2}\right] = [\infty-\infty]$

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x-(x+1)(x+2)}{(x^2-4)} = \lim_{x\to 2}\frac{3x-x^2-3x-2}{(x^2-4)} = \lim_{x\to 2}\frac{-x^2-2}{(x^2-4)} = \frac{-4}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{-x^2-2}{x^2-4} = \frac{-}{0^-} = +\infty$$
$$\lim_{x\to 2^+}\frac{-x^2-2}{x^2-4} = \frac{-}{0^+} = -\infty$$

Como $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 2^+} f(x) \to \nexists \lim\limits_{x\to 2} f(x)$

7.18 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2}{x+1}-\frac{3x^3}{x^2-1}\right)$ Solución: -3 $[\infty-\infty]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{3x^2}{x+1}-\frac{3x^3}{x^2-1}\right] = [\infty-\infty]$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(3x^2)(x-1)-3x^3}{(x^2-1)} = \lim_{x\to\infty}\frac{3x^3-3x^2-3x^3}{(x^2-1)} = \lim_{x\to\infty}\frac{-3x^2}{(x^2-1)} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-3x^2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-3}{1-\frac{1}{x^2}} = \frac{-3}{1-0} = -3$$

7.19 $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{x+3}{2x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}}$ Solución: $e^{\frac{-1}{4}}$ $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 1.

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x+3}{2x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}} = [1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x+3}{2x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}} = e^{\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x+3}{2x+2}-1\right)} = e^{\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{x+3-2x-2}{2x+2}\right)} =$$

$e^{\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{-x+1}{2x+2}\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(\frac{-(x-1)}{2x+2}\right)} = e^{\lim\limits_{x\to 1}\frac{-1}{(2x+2)}} = e^{\frac{-1}{2+2}} = e^{\frac{-1}{4}}$$

7.20 $\lim\limits_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-1}{x+2}-\frac{x^3}{x^2+1}\right]$ Solución: -2 $[\infty-\infty]$ y $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{x^2-1}{x+2}-\frac{x^3}{x^2+1}\right] = [\infty-\infty]$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{(x^2-1)(x^2+1)-x^3(x+2)}{(x+2)(x^2+1)} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^4-1-x^4-2x^3}{x^3+2x^2+x+2} = \lim_{x\to\infty}\frac{-2x^3-1}{x^3+2x^2+x+2} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{-2x^3}{x^3}-\frac{1}{x^3}}{\frac{x^3}{x^3}+\frac{2x^2}{x^3}+\frac{x}{x^3}+\frac{2}{x^3}} = \lim_{x\to\infty}\frac{-2-\frac{1}{x^3}}{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x^3}} = \frac{-2-0}{1+0+0+0} = -2$$

7.21 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)^{\frac{1+3x^2}{x^2}}$ Solución: e^2 $[1^\infty]$ y $\left[\frac{0}{0}\right]$

Sustituimos la x por el valor 0.

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)^{\frac{1+3x^2}{x^2}} = [1^\infty]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}\right)^{\frac{1+3x^2}{x^2}} = e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+3x^2}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{1+x^2}{1-x^2}-1\right)} = e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+3x^2}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2}\right)} =$$

$e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+3x^2}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{2x^2}{1-x^2}\right)} = \left[\frac{0}{0}\right]$ Factorizamos tanto el numerador como el denominador

$$e^{\lim_{x\to 0}\left(\frac{1+3x^2}{x^2}\right)\cdot\left(\frac{2x^2}{1-x^2}\right)} = e^{\lim_{x\to 0}\frac{2(1+3x^2)}{(1-x^2)}} = e^{\frac{(2)\cdot(1+0)}{1-0}} = e^2$$