INTEGRALES INMEDIATAS

Integrales Tipo Potencial

$$\int \mathbf{f'(x)\cdot f^{n}(x)dx} = \frac{\mathbf{f^{n+1}(x)}}{\mathbf{n+1}} + C$$

1) $\int (x^2+1)^{20}\cdot 5x\,dx \rightarrow$ Como el coeficiente 5 no lo necesito, sacamos el número fuera de la integral

$= 5\cdot \int (x^2+1)^{20}\cdot x dx \rightarrow$ ahora nos damos cuenta que se trata de una integral de tipo potencial y que necesitamos que la derivada de la base se encuentre al lado (2x) por lo tanto necesitamos añadir un 2 ya que la x ya la tenemos . Si añadimos un 2, lo tenemos que compensar multiplicándolo por $\frac{1}{2}$

$= 5\cdot\frac{1}{2}\int (x^2+1)^{20}\cdot 2\cdot x dx = \frac{5}{2}\cdot\frac{(x^2+1)^{21}}{21} + C = \frac{5}{42}(x^2+1)^{21} + C$

2) $\int \frac{1}{2\sqrt{x}}dx = \frac{1}{2}\int\frac{1}{x^{1/2}}dx = \frac{1}{2}\int x^{-1/2}dx = \frac{1}{2}\frac{x^{1/2}}{1/2} + C = x^{1/2} + C \;= \sqrt{x} + C$

3) $\int (x^3+5)^4\cdot x^2dx = \frac{1}{3}\int (x^3+5)^4\cdot 3x^2dx = \frac{(x^3+5)^5}{15} + C$

4) $\int \left(3x^3 - \frac{2}{5}x^2\right)dx = 3\int x^3dx - \frac{2}{5}\int x^2dx = \frac{3x^4}{4} - \frac{2x^3}{15} + C$

5) $\int (x-3)^2dx \;= \frac{(x-3)^3}{3} + C$

6) $\int (3x-5)^2dx = \frac{1}{3}\int 3(3x-5)^2dx = \frac{1}{9}(3x-5)^3 + C$

7) $\int (2x+1)(x^2+x-6)^5dx = \frac{(x^2+x-6)^6}{6} + C$

8) $\int \left(x^5 + \frac{5x^2}{4}\right)dx = \int x^5dx + \int\frac{5x^2}{4}dx = \int x^5dx + \frac{5}{4}\int x^2dx = \frac{x^6}{6} + \frac{5x^3}{12} + C$

9) $\int 2x\cdot(x^2+1)^7dx = \frac{(x^2+1)^8}{8} + C$

10) $\int (x^3-3x)^5\cdot(3x^2-3)dx = \frac{(x^3-3x)^6}{6} + C$

11) $\int \frac{3x^2-3}{2\sqrt{x^3-3x}}dx \;= \frac{1}{2}\int (3x^2-3)(x^3-3x)^{-1/2}dx = \frac{1}{2}\frac{(x^3-3x)^{1/2}}{1/2} + C = (x^3-3x)^{1/2} + C = \sqrt{x^3-3x} + C$

12) $\int e^{2x}\sqrt[7]{e^{2x}+1}dx = \int e^{2x}(e^{2x}+1)^{1/7}dx = \frac{1}{2}\int 2\cdot e^{2x}(e^{2x}+1)^{\frac{1}{7}}dx = \frac{1}{2}\cdot\frac{(e^{2x}+1)^{\frac{8}{7}}}{\frac{8}{7}} + C = \frac{7}{16}\cdot(e^{2x}+1)^{\frac{8}{7}} + C$

13) $\int \left(\frac{-x^4}{2} + \frac{3x^2}{4}\right)dx = \frac{-1}{2}\int x^4dx + \frac{3}{4}\int x^2dx = \frac{-x^5}{10} + \frac{x^3}{4} + C$

14) $\int (x^4-4x^3)^2\cdot(x^3-3x^2)dx \;= \frac{1}{4}\int (x^4-4x^3)^2\cdot 4\cdot(x^3-3x^2)dx = \frac{1}{4}\frac{(x^4-4x^3)^3}{3} + C = \frac{(x^4-4x^3)^3}{12} + C$

15) $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}dx = \frac{1}{2}\int\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}dx = \sqrt{1+x^2} + C$

16) $\int \frac{8x^2}{(x^3+2)^3}dx = 8\cdot\int \frac{x^2}{(x^3+2)^3}dx = 8\cdot\int x^2\cdot(x^3+2)^{-3}dx = \frac{8}{3}\cdot\int 3x^2\cdot(x^3+2)^{-3}dx = \frac{8}{3}\frac{(x^3+2)^{-2}}{-2} + C =$

$= -\frac{4}{3(x^3+2)^2} + C$

17) $\int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+2}}dx = \int x^2\cdot(x^3+2)^{-1/4}dx = \frac{1}{3}\cdot\int 3x^2\cdot(x^3+2)^{-1/4}dx = \frac{1}{3}\frac{(x^3+2)^{3/4}}{3/4} + C = \frac{4}{9}(x^3+2)^{3/4} + C =$

$= \frac{4\sqrt[4]{(x^3+2)^3}}{9} + C$

18) $\int 3x\sqrt{1-2x^2}dx = \int 3x\cdot(1-2x^2)^{1/2}dx = 3\cdot\int x\cdot(1-2x^2)^{1/2}dx = 3\cdot\frac{1}{(-4)}\int(-4)x\cdot(1-2x^2)^{1/2}dx =$

$= \frac{-3}{4}\frac{(1-2x^2)^{3/2}}{3/2} + C = -\frac{6\cdot(1-2x^2)^{3/2}}{12} + C = -\frac{\sqrt{(1-2x^2)^3}}{2} + C$

19) $\int(2x^3-3x+5)dx = \int 2x^3dx - \int 3xdx + \int 5dx = 2\int x^3dx - 3\int xdx + 5\int dx = \frac{2x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 5x + C$

20) $\int(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2})dx = \int \sqrt[3]{x}\,dx - \int \frac{1}{x^2}dx = \int x^{\frac{1}{3}}\,dx - \int x^{-2}dx = \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} - \frac{x^{-1}}{-1} + C = \frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + \frac{1}{x} + C = \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x} + C$

21) $\int(1+\sqrt[3]{x^2})dx = \int 1\cdot dx + \int \sqrt[3]{x^2}dx = \int dx + \int x^{\frac{2}{3}}dx = x + \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + C = x + \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + C = x + \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + C$

22) $\int \sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}dx = = \int \sqrt[3]{x^2\cdot x^{\frac{1}{2}}}dx = \int \sqrt[3]{x^{\frac{5}{2}}}dx = \int \left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{1/3}dx = \int x^{\frac{5}{6}}dx = \frac{x^{\frac{11}{6}}}{\frac{11}{6}} + C = \frac{6}{11}\sqrt[6]{x^{11}} + C = \frac{6}{11}x\sqrt[6]{x^5} + C$

23) $\int \frac{x^3-5x}{2\sqrt{x}}dx = \int \frac{x^3-5x}{2x^{1/2}}dx = \frac{1}{2}\int x^{5/2}dx - \frac{5}{2}\int x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{\frac{7}{2}}}{2\cdot\frac{7}{2}} - \frac{5}{2}\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{7}\sqrt{x^7} - \frac{5}{3}\sqrt{x^3} + C$

24) $\int \frac{x^3-5x}{2\sqrt{x}}dx = \int \frac{x^3-5x}{2x^{1/2}}dx = \frac{1}{2}\int x^{5/2}dx - \frac{5}{2}\int x^{\frac{1}{2}}dx = \frac{x^{\frac{7}{2}}}{2\cdot\frac{7}{2}} - \frac{5}{2}\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{7}\sqrt{x^7} - \frac{5}{3}\sqrt{x^3} + C$

25) $\int x^3\sqrt[4]{x^5}dx = \int x^{17/4}dx = \frac{4}{21}x^{21/4} + C = \frac{4}{21}x^5\sqrt[4]{x} + C$

26) $\int \frac{x+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x^3}}dx = \int\left(x^{\frac{1}{4}} + x^{-\frac{5}{12}}\right)dx = \frac{4}{5}\sqrt[4]{x^5} + \frac{12}{7}\sqrt[12]{x^7} + C$

27) $\int \frac{5\ln x}{x}dx = 5\int \frac{1}{x}\mathrm{Ln}x dx = 5\frac{\mathrm{Ln}^2x}{2} + C$

28) $\int 3x(x^2-1)^2dx = 3\int x(x^2-1)^2dx = 3\cdot\frac{1}{2}\int 2x(x^2-1)^2dx = \frac{3}{2}\frac{(x^2-1)^3}{3} + C = \frac{(x^2-1)^3}{2} + C$

29) $\int \frac{1+\ln x}{x}dx = \int(1+\ln x)^1\frac{1}{x}dx = \frac{(1+\ln x)^2}{2} + C$

30) $\int \sqrt{(1+e^x)^3}\cdot e^xdx = \int(1+e^x)^{3/2}\cdot e^xdx = \frac{(1+e^x)^{5/2}}{5/2} + C = \frac{2}{5}\sqrt{(1+e^x)^5} + C$

31) $\int\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)dx = \sqrt{x} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + C$

32) $\int \frac{x}{(x^2+1)^2}dx = \frac{1}{2}\int 2x\cdot(x^2+1)^{-2}dx = \frac{1}{2}\frac{(x^2+1)^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{2(x^2+1)} + C$

33) $\int \frac{3}{(1+4x)^5}dx = \int 3\cdot(1+4x)^{-5}dx = 3\cdot\frac{1}{4}\cdot\int(1+4x)^{-5}\cdot 4\,dx = \frac{3}{4}\cdot\frac{(1+4x)^{-4}}{-4} + C = -\frac{3}{16(1+4x)^4} + C$

34) $\int \frac{7x+4}{\sqrt{5x}}dx = \int \frac{7x}{\sqrt{5x}}dx + \int \frac{4}{\sqrt{5x}}dx = \frac{7}{\sqrt{5}}\int \frac{x}{x^{1/2}}dx + \frac{4}{\sqrt{5}}\int \frac{1}{x^{1/2}}dx = \frac{7}{\sqrt{5}}\int x^{1/2}dx + \frac{4}{\sqrt{5}}\int x^{-1/2}dx = \frac{7}{\sqrt{5}}\frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{4}{\sqrt{5}}\frac{x^{1/2}}{1/2} =$
$\frac{14}{3\sqrt{5}}\sqrt{x^3} + \frac{8}{\sqrt{5}}\sqrt{x} + C$

35) $\int \frac{\sqrt{x}+2\sqrt[3]{x^2}}{x}dx = \int \frac{\sqrt{x}}{x}dx + 2\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}dx = \int \frac{x^{1/2}}{x}dx + 2\int \frac{x^{2/3}}{x}dx = \int x^{-1/2}dx + 2\int x^{-1/3}dx = \frac{x^{1/2}}{1/2} + 2\,\frac{x^{2/3}}{2/3} + C$
$= 2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x^2} + C$

36) $\int \frac{3+4x}{\sqrt[5]{x}}dx = \int \frac{3}{\sqrt[5]{x}}dx + \int \frac{4x}{\sqrt[5]{x}}dx = 3\cdot\int \frac{1}{x^{1/5}}dx + 4\int \frac{x}{x^{1/5}}dx = 3\cdot\int x^{-1/5}dx + 4\cdot\int x^{4/5}dx = 3\cdot\frac{x^{4/5}}{4/5} + 4\cdot\frac{x^{9/5}}{9/5} +$
$C = \frac{15}{4}x^{4/5} + \frac{20}{9}x^{9/5} + C = \frac{15}{4}\sqrt[5]{x^4} + \frac{20}{9}\sqrt[5]{x^9} + C$

37) $\int \frac{2x}{(x^2+1)^3}dx = \int 2x\cdot(x^2+1)^{-3}dx = \frac{(x^2+1)^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{2(x^2+1)^2} + C$

38) $\int \frac{\sqrt[4]{x^2}+x}{\sqrt[3]{x}}dx = \int x^{1/2}\cdot x^{-1/3}dx + \int x\cdot x^{-1/3}dx = \int x^{1/6}dx + \int x^{2/3}\,dx = \frac{x^{7/6}}{7/6} + \frac{x^{5/3}}{5/3} + C = \frac{6\sqrt[6]{x^7}}{7} + \frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + C$

39) $\int x\left(x^2 - 1 + \sqrt[3]{x^2-1}\right)dx = \int x^3dx - \int x dx + \frac{1}{2}\int 2x(x^2-1)^{1/3}dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}\frac{(x^2-1)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} +$
$\frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2-1)^4} + C = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{8}(x^2-1)\sqrt[3]{x^2-1} + C$

40) $\int \frac{x}{(5+x^2)^2}dx = \frac{1}{2}\int 2x\cdot(5+x^2)^{-2}dx = \frac{1}{2}\frac{(5+x^2)^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{2(5+x^2)} + C$

41) $\int \frac{6x-3}{2\sqrt{3x^2-3x}}dx = \frac{1}{2}\int(6x-3)\cdot(3x^2-3x)^{-1/2}dx = \frac{1}{2}\frac{(3x^2-3x)^{1/2}}{1/2} + C = \sqrt{3x^2-3x} + C$

42) $\int \frac{t+1}{\sqrt{t^2+2t+3}}dt = \int (t+1)\cdot(t^2+2t+3)^{-1/2}dt = \frac{1}{2}\cdot\int 2\cdot(t+1)\cdot(t^2+2t+3)^{-1/2}dt =$
$= \frac{1}{2}\cdot\int(2t+2)\cdot(t^2+2t+3)^{-1/2}dt \rightarrow$ Tenemos una integral de tipo potencial. Se cumple la condición de que la derivada de la base, se encuentra al lado.

$\frac{1}{2}\cdot\int(2t+2)\cdot(t^2+2t+3)^{-1/2}dt = \frac{1}{2}\frac{(t^2+2t+3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = (t^2+2t+3)^{\frac{1}{2}} + C = \sqrt{t^2+2t+3} + C$

Integrales Tipo Exponencial

$$\int f'(x)\cdot a^{f(x)}\,dx = \frac{a^{f(x)}}{Lna} + C$$

$$\int f'(x)\cdot e^{f(x)}\,dx = e^{f(x)} + C$$

43) $\int x^2 e^{x^3} dx$ → Se trata de una integral exponencial. Necesitamos que la derivada del exponente esté en la base ($3x^2$). Nos damos cuenta que nos falta un 3, por lo tanto lo añadimos pero tenemos que compensarlo multiplicándolo por $\frac{1}{3}$

$$\int x^2 e^{x^3} dx = \frac{1}{3}\cdot\int 3\cdot x^2 e^{x^3} dx = \frac{1}{3}\cdot\frac{e^{x^3}}{\ln e} + C = \frac{1}{3}\cdot e^{x^3} + C$$

44) $\int e^{-x} dx = \frac{1}{(-1)}\cdot\int e^{-x}\cdot(-1) dx = -e^{-x} + C$

45) $\int e^{x+1} dx = e^{x+1} + C$

46) $\int (e^x+1)^3 e^x dx = \frac{(e^x+1)^4}{4} + C$

47) $\int x\cdot e^{x^2-3} dx = \frac{1}{2}\cdot\int 2\cdot x\cdot e^{x^2-3} dx = \frac{1}{2}e^{x^2-3} + C$

48) $\int x^5 e^{-3x^6} dx = \frac{-1}{18}\int(-18)\cdot x^5 e^{-3x^6} dx = -\frac{e^{-3x^6}}{18} + C$

49) $\int 5x^2\cdot e^{x^3} dx = 5\cdot\int x^2\cdot e^{x^3} dx = 5\cdot\frac{1}{3}\cdot\int 3x^2\cdot e^{x^3} dx = \frac{5}{3}e^{x^3} + C$

50) $\int 7x\cdot e^{3x^2+4} dx = 7\cdot\int x\cdot e^{3x^2+4} dx = 7\cdot\frac{1}{6}\cdot\int 6x\cdot e^{3x^2+4} dx = \frac{7}{6}e^{3x^2+4} + C$

51) $\int xe^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int 2xe^{x^2} dx = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$

52) $\int \frac{4^{\ln x}}{x} dx = \int 4^{\ln x}\cdot\frac{1}{x} dx = \frac{4^{\ln x}}{Ln4} + C$

53) $\int 3^{Lnx^3}\cdot\frac{x^2}{x^3} dx = \frac{1}{3}\int 3^{Lnx^3}\cdot\frac{3x^2}{x^3} dx = \frac{1}{3}\frac{3^{Lnx^3}}{Ln3} + C$

54) $\int 5^{2x} dx = \frac{1}{2}\int 5^{2x}\cdot 2\, dx = \frac{1}{2}\frac{5^{2x}}{Ln5} + C$

Integrales Tipo Logarítmico

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = Ln\,|f(x)| + C$$

55) $\int \frac{e^{2s}}{1+e^{2s}}\,ds = \frac{1}{2}\int \frac{2e^{2s}}{1+e^{2s}}\,ds$ → Como la derivada del denominador se encuentra en el numerador, se trata de una integral logarítmica. $= \frac{1}{2}Ln|(1+e^{2s}|+C$

56) $\int \frac{2x}{1+x^2}\,dx = Ln|(1+x^2|+C$

57) $\int \frac{dx}{3x+1} = \frac{1}{3}\int \frac{3dx}{3x+1} = \frac{\ln|3x+1|}{3} + C$

58) $\int \frac{x^3}{x^4+3}\,dx = \frac{1}{4}\int \frac{4x^3dx}{x^4+3} = \frac{\ln|x^4+3|}{4} + C$

59) $\int \frac{-3x^3}{1+x^4}\,dx = (-3)\int \frac{x^3}{1+x^4}\,dx = \frac{-3}{4}\int \frac{4x^3}{1+x^4}\,dx = \frac{-3\cdot\ln|1+x^4|}{4} + C$

60) $\int \frac{10x-5}{x^2-x-2}\,dx = \int \frac{5(2x-1)}{x^2-x-2}\,dx = 5\int \frac{2x-1}{x^2-x-2}\,dx = 5Ln|x^2-x-2|+C$

61) $\int \frac{x^2}{x^3+1}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{x^3+1}\,dx = \frac{1}{3}Ln|(x^3+1)|+C$

62) $\int \frac{2}{x}\,dx = 2\cdot\int \frac{1}{x}\,dx = 2\cdot Ln|x|+C$

63) $\int \frac{6x-2}{3x^2-2x}\,dx = Ln|3x^2-2x|+C$

64) $\int \frac{x^3-x}{x^4-2x^2}\,dx = \frac{1}{4}\cdot\int \frac{4(x^3-x)}{x^4-2x^2}\,dx = \frac{1}{4}Ln|x^4-2x^2|+C$

65) $\int \frac{3x}{x^2-1}\,dx = 3\cdot\int \frac{x}{x^2-1}\,dx = 3\cdot\frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\,dx = \frac{3}{2}Ln|x^2-1|+C$

66) $\int \frac{9x^2}{3x^3+1}\,dx = Ln|3x^3+1|+C$

67) $\int \frac{2e^x}{2+e^x}\,dx = 2\cdot\int \frac{e^x}{2+e^x}\,dx = 2\,Ln|2+e^x|+C$

68) $\int \frac{3+e^x}{3x+e^x}\,dx = Ln|3x+e^x|+C$

69) $\int \frac{12x^2-2}{4x^3-2x}\,dx = Ln|4x^3-2x|+C$

70) $\int \frac{6x\cdot e^{x^2}}{5e^{x^2}}\,dx = \frac{3}{5}\cdot\int \frac{2x\cdot e^{x^2}}{e^{x^2}}\,dx = \frac{3}{5}Ln\left|e^{x^2}\right|+C$

71) $\int \frac{7x^6-2}{x^7-2x}\,dx = Ln|x^7-2x|+C$

Integrales con distintos Tipos

72) $\int \left(\frac{1}{x}+2\right) dx = \int \frac{1}{x} dx + \int 2dx = \mathrm{Ln}|x| + 2x + C$

73) $\int (1+\frac{10x+4}{25x^2+20x})dx = \int dx + \int \frac{10x+4}{5(5x^2+4x)} dx = \int dx + \frac{1}{5}\int \frac{10x+4}{(5x^2+4x)} dx = x + \frac{1}{5}\mathrm{Ln}|(5x^2+4x)| + C$

74) $\int \frac{\sqrt{x}-x^3+2x}{x^2} dx = \int \frac{\sqrt{x}}{x^2} dx - \int \frac{x^3}{x^2} dx + \int \frac{2x}{x^2} dx = \int \frac{x^{1/2}}{x^2} dx - \int x\, dx + \int \frac{2}{x} dx = \int x^{-3/2} dx - \int x\, dx + \int \frac{2}{x} dx =$

$= \frac{x^{\frac{-1}{2}}}{\frac{-1}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2\int \frac{1}{x} dx = -\frac{2}{x^{\frac{1}{2}}} - \frac{x^2}{2} + 2\mathrm{Ln}|x| + C \; = -2\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}x^2 + 2\mathrm{Ln}|x| + C$

75) $\int (-e^x + \sqrt{x}) dx = \int -e^x dx + \int \sqrt{x} dx = -\int e^x dx + \int x^{1/2} dx = -e^x + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = -e^x + \frac{2\sqrt{x^3}}{3} + C \quad =$

$= \; -e^x + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$

76) $\int \frac{x^3-5x^2+3}{x} dx = \int x^2 dx - 5\int x dx + 3\int \frac{1}{x} dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 3\mathrm{Ln}|x| + C$

77) Encuentra la primitiva de f(x)= x+$\frac{4}{x^2}$ que vale 5 en el 2.

F(x)= $\int \left(x+\frac{4}{x^2}\right) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{4}{x} + C$

Como F(2)=5 → F(2)=$\frac{2^2}{2} - \frac{4}{2} + C = 5 \rightarrow 2 - 2 + C = 5 \rightarrow \mathbf{C = 5}$

$F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{4}{x} + 5$

78) Determina la ecuación de la función polinómica f que pasa por los puntos A(0,1) y B(1,1) y tal f ´´(x)=6x+4

f´(x)= $\int (6x+4)dx = 3x^2 + 4x + C$

f(x)= $\int (3x^2+4x+C)dx = x^3 + 2x^2 + Cx + D$

Como la función f(x) pasa por A(0,1) → f(0)=D=1

Como la función f(x) pasa por B(1,1) → f(1)=1=1+2+C+1 → C=-3

La función buscada será $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

79) (EBAU Junio 2018) Dada la función f(x)= x³+ax+5, calcular el valor de a para que $\int_{-1}^{3} f(x)dx = 60$

$\int_{-1}^{3}(x^3 + ax + 5)dx = 60 \rightarrow \left[\frac{x^4}{4} + \frac{ax^2}{2} + 5x\right]_{-1}^{3} = 60 \rightarrow \left[\frac{3^4}{4} + \frac{a\cdot 3^2}{2} + 5\cdot 3\right] - \left[\frac{(-1)^4}{4} + \frac{a\cdot(-1)^2}{2} + 5\cdot(-1)\right] = 60$

$$\left[\frac{81}{4} + \frac{9a}{2} + 15\right] - \left[\frac{1}{4} + \frac{a}{2} - 5\right] = \left[\frac{81 + 18a + 60}{4}\right] - \left[\frac{1 + 2a - 20}{4}\right] = \frac{160 + 16a}{4} = 40 + 4a = 60$$

$40 + 4a = 60 \rightarrow 4a = 20 \rightarrow a = \frac{20}{4} = 5$

80) (EBAU 2022 Junio) Un autónomo del sector del transporte ha determinado que los costes mensuales de su empresa responden a una función C(v), donde v representa el número de vehículos movilizados. Se sabe que la empresa dispone de un total de 36 vehículos y que los costes ascienden a 5000 € si no se moviliza ningún vehículo. Se sabe, además, que C'(v)= v^2- 32v+ 112 es la derivada de C(v). ¿Cuántos vehículos han de movilizarse para minimizar costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes? ¿Para qué número de vehículos movilizados serian máximos los costes? ¿A cuánto ascenderían dichos costes?

a) C'(v)= v^2- 32v+ 112

C(v) = $\int (v^2 - 32v + 112)\, dv = \frac{v^3}{3} - 32\frac{v^2}{2} + 112v + C$

Nos dan la siguiente condición: C(0)= 5000

C(0) = $\frac{0^3}{3} - 32\frac{0^2}{2} + 112 \cdot 0 + C = 5000 \rightarrow C = 5000$

$$C(v) = \frac{v^3}{3} - 32\frac{v^2}{2} + 112v + 5000 \rightarrow \text{Función Objetivo}$$

C'(v)= v^2- 32v+ 112 = 0 → $\begin{cases} V_1 = 4 \\ V_2 = 28 \end{cases}$ Posibles Extremos Relativos

	(0,4)	(4,28)	(28, ∞)
Signo de f´(x)	+	-	+
Comportamiento de f(x)	↗	↘	↗

- Tendremos un máximo en x = 4
- Tendremos un mínimo en x = 28

Para maximizar costes se deben movilizar 4 coches siendo el coste de:

X= 4 → C(4) = $\frac{4^3}{3} - 32\frac{4^2}{2} + 112 \cdot 4 + 5000 = 5213{,}33€$

Para minimizar costes se deben movilizar 28 coches siendo el coste de:

X= 28 → C(28) = $\frac{28^3}{3} - 32\frac{28^2}{2} + 112 \cdot 28 + 5000 = 2909{,}33€$

81) (EBAU Julio 2018) Calcular la integral definida: $\int_1^2 \frac{x+3}{x^2+6x+5}\,dx$

$$\int_1^2 \frac{\mathbf{x+3}}{\mathbf{x^2+6x+5}}\,\mathbf{dx} = \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2(x+3)}{x^2+6x+5}dx = \left[\frac{1}{2}\ln|x^2+6x+5|\right]_1^2 = \left[\frac{1}{2}\ln 21\right] - \left[\frac{1}{2}\ln 12\right]$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{21}{12} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{7}{4}\right)$$

82) **(EBAU Junio 2016) Una función f(x) tiene como primera derivada $f'(x)=ax^2-4x+3$. Hallar el valor del parámetro a si f(x) pasa por los puntos (–1, 3) y (2, 1). Indicar también la expresión de la función f y calcular $\int_0^2 f(x)dx$.**

Si $f'(x) = ax^2-4x+3 \Rightarrow f(x) = \int (ax^2-4x+3)dx = \frac{ax^3}{3} - 2x^2 + 3x + C$

Como f(x) pasa por los puntos (–1, 3) y (2, 1) $\Rightarrow$ f(-1) = 3 y f(2)=1, luego:

$$\frac{a}{3}(-1)^3 - 2(-1)^2 + 3(-1) + C = 3 \Rightarrow -\frac{a}{3} - 5 + C = 3 \Rightarrow -a + 3C = 24$$

$$\frac{a}{3}2^3 - 2\cdot 2^2 + 3\cdot 2 + C = 1 \Rightarrow \frac{8}{3}a - 8 + 6 + C = 1 \Rightarrow 8a + 3C = 9$$

Resolviendo $\begin{cases} -a+3c=24 \\ 8a+3c=9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3} \\ c = \frac{67}{9} \end{cases}$ y por tanto, $f(x) = -\frac{5}{9}x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{67}{9}$

Por último:

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 \left(-\frac{5}{9}x^3 - 2x^2 + 3x + \frac{67}{9}\right)dx = \left[-\frac{5}{36}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{67}{9}x\right]_0^2 = -\frac{5\cdot 16}{36} - \frac{2\cdot 8}{3} + \frac{3\cdot 4}{2} + \frac{67\cdot 2}{9} = -\frac{40}{9}$$