f(x) = $x^3 - x$

Dominio

D(f) = $\forall x \in R$

Simetrías

f(-x) = $(-x)^3 - (-x) = -x^3 + x = -(x^3 - x) = -f(x)$ Tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0

  f(x)= $x^3 - x = 0 \rightarrow x(x^2 - 1) = 0$ $\rightarrow x = 0$ El punto de corte será el (0,0)

  $\rightarrow x = 1$ El punto de corte será el (1,0)

  $\rightarrow x = -1$ El punto de corte será el (-1,0)

- Corte con el eje OY :

  f(0)= $(0)^3 - 0 = 0$ El punto de corte será el (0,0)

Asíntotas Verticales:

No hay ya que el D(f)= $\forall x \in R$

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x\to\infty} x^3 - x = \infty$ No tiene asíntota horizontal.
- $\lim_{x\to-\infty} x^3 - x = -\infty$

Asíntota Oblicua

No hay asíntota oblicua

Signo de la función

	(-∞,-1)	(-1,0)	(0,1)	(1,∞)
Signo de f(x)	-	+	-	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

f´(x)= $3x^2 - 1$ f´(x) = 0 → $3x^2 - 1 = 0$ → $x = +\sqrt{\frac{1}{3}}$ y $x = -\sqrt{\frac{1}{3}}$

	$(-\infty, -\sqrt{\frac{1}{3}})$	$(-\sqrt{\frac{1}{3}}, +\sqrt{\frac{1}{3}})$	$(+\sqrt{\frac{1}{3}}, \infty)$
Signo f´(x)	+	-	+
Comportamiento de f(x)	↗	↘	↗

- Crecimiento : $(-\infty,-\sqrt{\frac{1}{3}})U(+\sqrt{\frac{1}{3}},\infty)$
- Decrecimiento: $(-\sqrt{\frac{1}{3}},+\sqrt{\frac{1}{3}})$
- Tenemos un mínimo en $(+\sqrt{\frac{1}{3}},-\frac{2\sqrt{3}}{9})$
- Tenemos un máximo en $(-\sqrt{\frac{1}{3}},\frac{2\sqrt{3}}{9})$

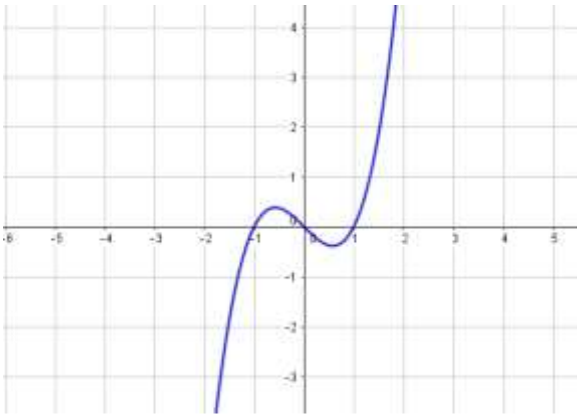
Concavidad

$f''(x)= 6x$ $f''(x)= 0 \rightarrow 6x = 0$ $x = 0$

	$(-\infty,0)$	$(0,\infty)$
Signo de $f''(x)$	-	+
Comportamiento de f(x)	∩	U

- Cóncava hacia arriba: $(0,\infty)$
- Cóncava hacia abajo: $(-\infty,0)$
- Punto de inflexión (0,0)

Representación gráfica



f(x) = $x^3 - x^2 + x - 1$

Dominio

D(f)= ∀x ∈ R

Simetrías

f(-x) = $(-x)^3 - (-x)^2 + (-x) - 1$) = -$x^3 - x^2 - x - 1$ f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0
  f(x)= $x^3 - x^2 + x - 1$ =0 → (x-1)(x^2 + 1) = 0 → x = 1   El punto de corte será el (1,0)

- Corte con el eje OY :
  f(0)= $(0)^3 - (0)^2 + 0 - 1 = -1$ El punto de corte será el (0,-1)

Asíntotas Verticales

No hay ya que el D(f)= ∀x ∈ R

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x\to\infty} x^3 - x^2 + x - 1 = \infty$ No tiene asíntota horizontal.
- $\lim_{x\to-\infty} x^3 - x^2 + x - 1 = -\infty$

Asíntota Horizontal

No hay asíntota oblicua

Signo de la función

	(-∞,1)	(1,0)
Signo de f(x)	-	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

f´(x)= $3x^2 - 2x + 1$ f´(x) = 0 → $3x^2$ -2x + 1= 0 → No tiene solución real

	(-∞,∞)
Signo f´(x)	+
Comportamiento de f(x)	↗

- Crecimiento : (-∞,∞)
- Decrecimiento: No hay
- No hay ni mínimo ni máximo

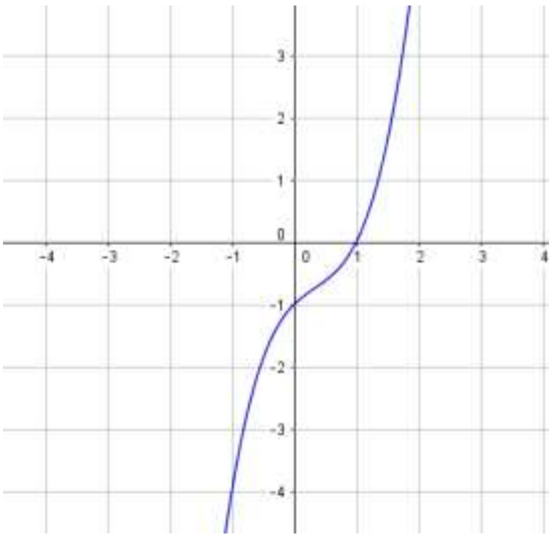
Concavidad

f´´(x)= $6x - 2$ f´´(x)= 0 → $6x - 2 = 0$ x = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

	(-∞,$\frac{1}{3}$)	($\frac{1}{3}$,∞)
Signo de f´´(x)	-	+
Comportamiento de f(x)	∩	U

- Cóncava hacia arriba: ($\frac{1}{3}$, ∞)
- Cóncava hacia abajo: (-∞,$\frac{1}{3}$)
- Punto de inflexión ($\frac{1}{3}$, - $\frac{20}{27}$)

Representación gráfica



$f(x) = x^3 + x^2 - 12x$ (EBAU 2018 Septiembre)

Dominio

D(f) = $\forall x \in \mathbb{R}$

Simetrías

f(-x) = $(-x)^3 - (-x)^2 - 12(-x)$ = $-x^3 - x^2 + 12x$ f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Puntos de corte con los ejes

- Con el eje OX → $x^3 + x^2 - 12x = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 & (-4,0) \\ x_2 = 0 & (0,0) \\ x_3 = 3 & (3,0) \end{cases}$
- Con el eje OY → $f(0) = 0^3 + 0^2 - 12\cdot 0 = 0$ → (0,0)

Asíntotas Verticales

No hay ya que el D(f)= ∀x ∈ R

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x\to\infty} x^3 + x^2 - 12x = \infty$ No tiene asíntota horizontal.
- $\lim_{x\to-\infty} x^3 + x^2 - 12x = -\infty$

Asíntota Horizontal

No hay asíntota oblicua

Signo de la función

	(-∞,-4)	(-4,0)	(0,3)	(3,∞)
Signo de f(x)	-	+	-	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

$f'(x) = 3x^2 + 2x - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2-\sqrt{148}}{6} = -2{,}36 \\ x_2 = \frac{-2+\sqrt{148}}{6} = 1{,}69 \end{cases}$ → Posibles extremos relativos

	(- ∞,-2,36)	(- 2,36;1,69)	(1,69;∞)
Signo de f´(x)	+	-	+
Comportamiento de f(x)	↗	↘	↗

- Crecimiento: (-∞, $-2{,}36$) ∪ ($1{,}69$, ∞)
- Decrecimiento: (-2,36;1,69)
- Máximo: (-2,36; 20,75)
- Mínimo: (1,69; -12,6)

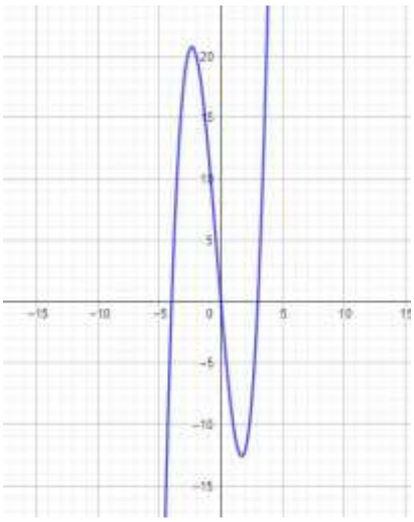
Concavidad

f´´(x) = 6x + 2 = 0 → x = $\frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

	(-∞, $-\frac{1}{3}$)	($-\frac{1}{3}$, ∞)
Signo de f´´(x)	-	+
Comportamiento de f(x)	∩	∪

- Cóncava hacia abajo: (-∞, $-\frac{1}{3}$)
- Cóncava hacia arriba: ($-\frac{1}{3}$, ∞)
- Punto de Inflexión: $(-0{,}33; 4{,}07)$

Representación gráfica



$F(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2}$ (EBAU 2019 Junio)

Dominio

$D(f) = \forall x \epsilon \mathbb{R} - \{2\}$

Simetrías

$f(-x)=\frac{(-x)^2+(-x)-2}{(-x)-2} = \frac{x^2-x-2}{-x-2}$ f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Con el eje X : f(x) = 0 → $\frac{x^2-x-2}{x-2} = 0 \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (-1,0) \\ \cancel{(2,0)} \text{(No existe la función)} \end{cases}$
- Con el eje Y: x=0 → f(0) = 1 (0,1)

Asíntotas Verticales

Para x= 2

$\lim_{x\to 2} \frac{x^2+x-2}{x-2} = \frac{4}{0} \rightarrow \left[\frac{k}{0}\right]$ → Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2+x-2}{x-2} = \frac{+}{0^-} = -\infty$ → Tenemos una Asíntota Vertical en x = 2

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2+x-2}{x-2} = \frac{+}{0^+} = +\infty$

Como el grado del numerador es igual que el grado del denominador, tendremos una Asíntota Horizontal.

Asíntota Oblicua: y = mx+n

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2+x-2}{x-2}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-2}{x^2-2x} = 1$ Asíntota oblicua: y= x+3

$n = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-2}{x-2} - x = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-2-x^2+2x}{x-2} = \lim_{x\to\infty} \frac{3x-2}{x-1} = 3$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:

Calculamos la función g(x) = f(x) – Oblicua

$g(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2} - (x+3) = \frac{x^2+x-2-x^2+2x-3x+6}{x-2} = \frac{4}{x-2}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x \to \infty} \frac{4}{x-2} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua

$\lim_{x \to -\infty} \frac{4}{x-2} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua

Monotonía

Calculamos la derivada de la función y lo igualamos a cero.

f´(x) = $\frac{(2x+1)\cdot(x-2)-(1)(x^2+x-2)}{(x-2)^2} = \frac{(2x^2+x-4x-2)-x^2-x+2}{(x-2)^2} = \frac{\boldsymbol{x^2-4x}}{\boldsymbol{(x-2)^2}}$

f´(x) = 0→ f´(x) = $\frac{\boldsymbol{x^2-4x}}{\boldsymbol{(x-2)^2}} = 0 \rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ → Posibles Máximo o Mínimo (Extremos Relativos)

	(-∞, 0)	(0,2)	(2,4)	(4,∞)
Signo de f´(x)	+	-	-	+
Comportamiento de f(x)	↗	↘	↘	↗

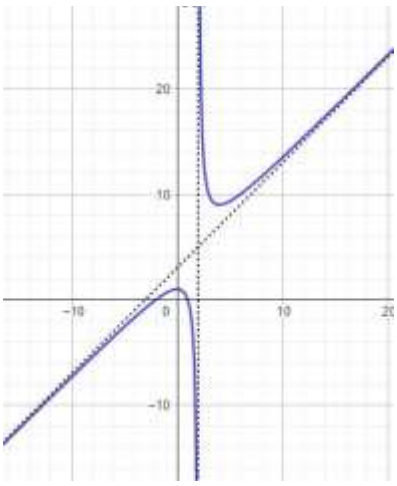
- Crecimiento: (-∞,0)∪(4, ∞)
- Decrecimiento: (0, 2) ∪ (2,4)
- Mínimo en x = 4: (4,9)
- Máximo en x= 0: (0,1)

Concavidad

f´´(x)= $\frac{(2x-4)(x-2)^2-2(x-2)(x^2-4x)}{(x-2)^4} = \frac{(x-2)[(2x-4)(x-2)-2(x^2-4x)]}{(x-2)^4} = \frac{2x^2-4x-4x+8-2x^2+8x}{(x-2)^3} = \frac{8}{(x-2)^3}$

f´´(x) = 0 → No hay puntos de Inflexión

Representación Gráfica:



$F(x) = \frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12}$

Dominio

D(f) = $\forall x \epsilon \mathbb{R} - \{2,6\}$

Simetrías

f(-x)=$\frac{(-x)^3-2(-x)^2}{(-x)^2-8(-x)+12} = \frac{-x^3-2x^2}{x^2+8x+12}$ f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Con el eje X : f(x) = 0 → $\frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12} = 0 \rightarrow x^3 - 2x^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \rightarrow \end{cases} \begin{cases} (0,0) \\ \cancel{(2,0)}\text{(No existe la función)} \end{cases}$
- Con el eje Y: x=0 → f(0) = 0 → (0,0)

Asíntotas Verticales

Para x= 2

$\lim_{x \to 2} \frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12} = \left[\frac{0}{0}\right]$

$\lim_{x \to 2} \frac{x^2(x-2)}{x^2-8x+12} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2(x-2)}{(x-2)(x-6)} = \lim_{x \to 2} \frac{x^2}{(x-6)} = \frac{4}{-4} = -1$ → No tenemos una Asíntota Vertical en x = 2

Para x = 6

$\lim_{x \to 6} \frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12} = \frac{144}{0} \left[\frac{k}{0}\right]$ → Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x \to 6^-} f(x) = \frac{+}{0^-} = -\infty$ Tenemos una Asíntota Vertical en x = 6

$\lim_{x \to 6^+} f(x) = \frac{+}{0^+} = +\infty$

Como el Grado del Numerador > Grado del Denominador → Tendremos una Asíntota

Asíntota Oblicua: y = mx+n

m = $\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad \lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x^2}{x^3-8x^2+12x} = 1$ Asíntota oblicua: y= x+6

n = $\lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12}$ -x = $\left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad \lim_{x \to \infty} \frac{x^3-2x^2 - x^3+8x^2-12x}{x^2-8x+12} = \lim_{x \to \infty} \frac{6x^2-12x}{x^2-8x+12} = 6$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:

Calculamos la función g(x) = f(x) – Oblicua

$$g(x) = \frac{x^3-2x^2}{x^2-8x+12} - (x+6) = \frac{x^3-2x^2-x^3+8x^2-12x-6x^2+48x-72}{x^2-8x+12} = \frac{36x-72}{x^2-8x+12}$$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$$\lim_{x\to\infty} \frac{36x-72}{x^2-8x+12} = 0^+ \rightarrow \text{La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{36x-72}{x^2-8x+12} = 0^- \rightarrow \text{La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua}$$

Monotonía

Calculamos la derivada de la función y lo igualamos a cero.

$$f'(x) = \frac{(3x^2-4x)\cdot(x^2-8x+12)-(2x-8)(x^3-2x^2)}{(x^2-8x+12)^2} = \frac{3x^4-4x^3-24x^3+32x^2+36x^2-48x-2x^4+8x^3+4x^3-16x^2}{(x^2-8x+12)^2}$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow f'(x) = \frac{x^4-16x^3+52x^2-48x}{(x^2-8x+12)^2} = \frac{x\cdot(x-2)^2(x-12)}{(x-2)^2\cdot(x-6)^2} = \frac{x(x-12)}{(x-6)^2} = \frac{x^2-12x}{(x-6)^2} 0 \rightarrow x^2-12x=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=12 \end{cases} \rightarrow$$

Posibles Máximos o Mínimo (Extremos Relativos), exceptuando en x=2 que no se encuentra dentro del dominio de la función

	(-∞, 0)	(0,2)	(2,6)	(6,12)	(12,∞)
Signo de f´(x)	+	-	-	-	+
Comportamiento de f(x)	↗	↘	↘	↘	↗

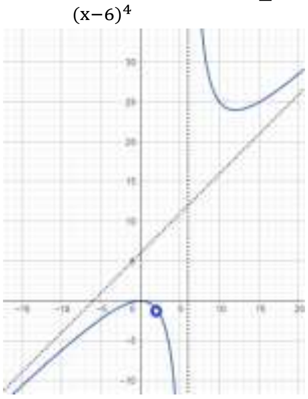
- Crecimiento: (-∞,0)∪(6, ∞)
- Decrecimiento: (0, 2) ∪ (2,6) ∪ (6,12)
- Mínimo en x = 4: (12,24)
- Máximo en x= 0: (0,0)

Concavidad

$$f''(x) = \frac{(2x-12)(x-6)^2-2(x-6)(x^2-12x)}{(x-6)^4} = \frac{(x-6)[(2x-12)(x-6)-2(x^2-12x)]}{(x-6)^4} = \frac{2x^2-12x-12x+72-2x^2+24x}{(x-6)^3} = \frac{72}{(x-6)^3}$$

f´´(x) = 0 → No hay puntos de Inflexión

Representación Gráfica:



$f(x) = \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8}$ (EBAU Junio 2022)

Se trata de una Función Racional, por lo tanto el dominio de la función existirá en todo R exceptuando los valores que anulan el denominador.

$x^2 + 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-2\pm\sqrt{4+32}}{2} = \begin{matrix} -4 \\ 2 \end{matrix}$ D(f) = $\forall x \epsilon \mathbb{R} - \{-4,2\}$

Simetrías

$f(-x)=\frac{2(-x)^2+2(-x)-24}{(-x)^2+2(-x)-8} = \frac{2x^2-2x-24}{x^2-2x-8}$ f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0

$f(x)=\frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -4 \\ x_1 = 3 \end{cases}$ El punto de corte será el ~~(-4,0)~~ (No está en el dominio)

El punto de corte será el (3,0)

- Corte con el eje OY (x = 0) :

$f(0) = \frac{2\cdot0^2+2\cdot0-24}{0^2+2\cdot0-8} = 3 \rightarrow$ El punto de corte será el (0,3)

Asíntotas Verticales:

Para x = 2

$\lim_{x\to 2} \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = \frac{-12}{0} \left[\frac{k}{0}\right]$ → Calculamos los límites laterales:

$\lim_{x\to 2^-} f(x) = \frac{-}{0^-} = +\infty$ Tenemos una Asíntota Vertical en x = 2

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \frac{-}{0^+} = -\infty$

Para x = -4

$\lim_{x\to -4} \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = \left[\frac{0}{0}\right]$

$\lim_{x\to -4} \frac{2(x+4)(x-3)}{(x+4)(x-2)} = \lim_{x\to -4} \frac{2(x-3)}{(x-2)} = \frac{7}{3}$ → No hay una Asíntota vertical en x = -4

Como el Grado del Numerador = Grado del Denominador → Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal:

$$\begin{cases} \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] & \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = 2 \\ \lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] & \lim_{x\to-\infty} \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} = 2 \end{cases}$$

Tenemos una Asíntota Horizontal en y = 2

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

$$g(x) = \frac{2x^2+2x-24}{x^2+2x-8} - (2) = \frac{2x^2+2x-24-2x^2-4x+16}{x^2+2x-8} = \frac{-2x-8}{x^2+2x-8}$$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x\to\infty} \frac{-2x-8}{x^2+2x-8} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal

$\lim_{x\to-\infty} \frac{-2x-8}{x^2+2x-8} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

Asíntota Oblicua : No tiene asíntota oblicua.

Signo de la función

	(-∞,-4)	(-4,2)	(2,3)	(3,∞)
Signo de f(x)	+	+	-	

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

$f´(x)= \frac{(4x+2)(x^2+2x-8)-(2x+2)(2x^2+2x-24)}{(x^2+2x-8)^2} = \frac{2x^2+16x+32}{(x^2+2x-8)^2}$ $f´(x) = 0 \to 2x^2 + 16x + 32 = 0 \to \quad x = -4$

No sería un extremo relativo, ya que x = -4 no se encuentra dentro de mi dominio

Si hubiéramos factorizado y simplificado nos quedaría: $f´(x)= \frac{2x^2+16x+32}{(x^2+2x-8)^2} = \frac{2(x+4)^2}{(x-2)^2(x+4)^2} = \frac{2}{(x-2)^2}$

	(-∞,-4)	(-4,2)	(2,∞)
Signo f´(x)	+	+	+
Comportamiento de f(x)	↗	↗	↗

- Crecimiento : (-∞,-4)U(-4,2) U(2,∞)
- Decrecimiento: No hay
- No hay mínimo
- No hay máximo

Concavidad

$$f´´(x)= \frac{(4x+16)(x^2+2x-8)^2-2(x^2+2x-8)(2x+2)(2x^2+16x+32)}{(x^2+2x-8)^4} = \frac{(x^2+2x-8)[(4x+16)(x^2+2x-8)-2(2x+2)(2x^2+16x+32)]}{(x^2+2x-8)^4} = \frac{-4x^3-48x^2-192x-256}{(x^2+2x-8)^3}$$

$f´´(x)= \frac{-4x^3-48x^2-192x-256}{(x^2+2x-8)^3}$ $f´´(x) = 0 \to x = -4$

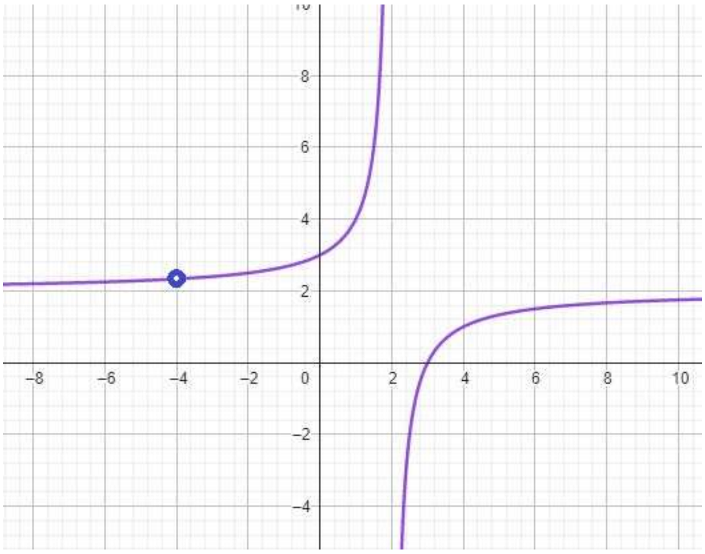
No sería un punto de inflexión, ya que x = -4 no se encuentra dentro de mi dominio

Si derivamos la función f´(x) simplificada, nos quedaría → f´´(x)= $\frac{0\cdot(x-2)^2-2(x-2)\cdot 2}{(x-2)^4} = \frac{-4(x-2)}{(x-2)^4} = \frac{-4}{(x-2)^3}$

	(-∞,-4)	(-4,2)	(2,∞)
Signo de f´´(x)	+	+	-
Comportamiento de f(x)	U	U	∩

- Cóncava hacia arriba: $(-\infty, -4)$ U (-4,2)
- Cóncava hacia abajo: (2,∞)
- No hay puntos de inflexión

Representación gráfica



$f(x) = \frac{x^2+x-5}{x-1}$ (EBAU Junio 2014)

Dominio

D(f) = $\forall x \epsilon \mathbb{R} - \{1\}$

Simetrías

f(-x)=$\frac{(-x)^2+(-x)-5}{(-x)-1} = \frac{x^2-x-5}{-x-1}$

f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Con el eje X : f(x) = 0 → $\frac{x^2+x-5}{x-1} = 0 \rightarrow x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1+\sqrt{21}}{2} \\ x_2 = \frac{-1-\sqrt{21}}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (\frac{-1+\sqrt{21}}{2}, 0) \\ (\frac{-1-\sqrt{21}}{2}, 0) \end{cases}$
- Con el eje Y: x=0 → f(0)= 5 → (0,5)

Asíntotas Verticales:

Para x=1

$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+x-5}{x-1} = \frac{-3}{0} \rightarrow \left[\frac{k}{o}\right]$ Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+x-5}{x-1} = \frac{-}{0^-} = +\infty$$

$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+x-5}{x-1} = \frac{-}{0^+} = -\infty \rightarrow$ Tenemos una Asíntota Vertical en x = 1

Como el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, tendremos una Asíntota Oblicua.

Asíntota Oblicua: y = mx+n

m = $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2+x-5}{x-1}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-5}{x^2-x} = 1$ Asíntota oblicua: y= x+2

n = $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-5}{x-1} - x = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \quad \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+x-5-x^2+x}{x-1} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x-5}{x-1} = 2$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:

Calculamos la función g(x) = f(x) – Oblicua

g(x) = $\frac{x^2+x-5}{x-1} - (x+2) = \frac{x^2+x-5-x^2-2x+x+2}{x-1} = \frac{-3}{x-1}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{-3}{x-1} = 0^{-}$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-3}{x-1} = 0^{+}$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua

Monotonía

Calculamos la derivada de la función y lo igualamos a cero.

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x-1)-1\cdot(x^2+x-5)}{(x-1)^2} = \frac{(2x^2+x-2x-1)-(x^2+x-5)}{(x-1)^2} = \frac{\mathbf{x^2-2x+4}}{\mathbf{(x-1)^2}}$$

$f'(x) = 0 \rightarrow f'(x) = \frac{\mathbf{x^2-2x+4}}{\mathbf{(x-1)^2}} = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 4 = 0 \rightarrow$ (No tiene solución real)→ No tendrá ni máximos ni mínimos.

	(-∞, 1)	(1,∞)
Signo de f´(x)	+	+
Comportamiento de f(x)	↗	↗

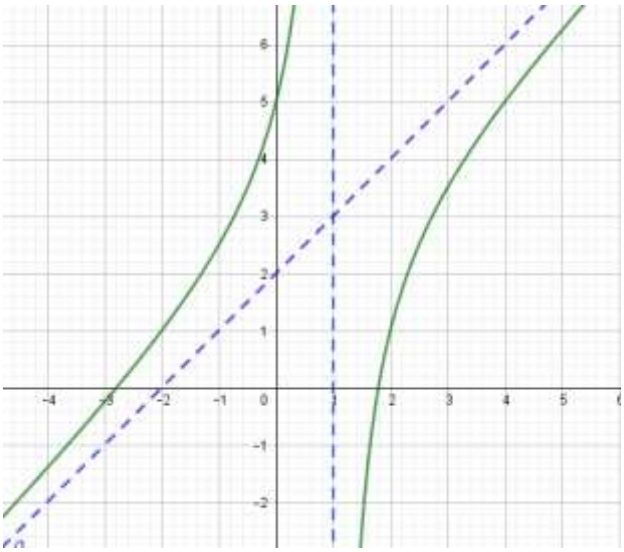
- Crecimiento: (-∞,1)∪(1,∞)
- Decrecimiento: No hay
- Máximos y Mínimos: No hay

Concavidad

$$f''(x) = \frac{(2x-2)(x-1)^2-2(x-1)(x^2-2x+4)}{(x-1)^4} = \frac{(x-1)[(2x-2)(x-1)-2(x^2-2x+4)]}{(x-1)^4} = \frac{2x^2-2x-2x+2-2x^2+4x-8}{(x-1)^3} = \frac{-6}{(x-1)^3}$$

$f''(x) = 0$ → No hay puntos de Inflexión

Representación Gráfica:



f(x) = $\frac{x^2}{2-x}$

Dominio

D(f)= $\forall x \epsilon \mathbb{R}$ - {2}

Simetrías

f(-x)=$\frac{(-x)^2}{2-(-x)} = \frac{x^2}{2+x}$

f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)≠-f(x) No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0

f(x)= $\frac{x^2}{2-x}$ =0 → x^2 = 0 → x = 0

El punto de corte será el (0,0)

- Corte con el eje OY (x = 0) :

f(0) = $\frac{0^2}{2+0}$ = 0 →

El punto de corte será el (0,0)

Asíntotas Verticales:

Para x = 2

$\lim_{x\to 2} \frac{x^2}{2-x} = \frac{4}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$ Calculamos los límites laterales:

- $\lim_{x\to 2^-} \frac{x^2}{2-x} = \infty$
- $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2}{2-x} = -\infty$

Tiene una asíntota vertical en x=2

Como el Grado del Numerador > Grado del denominador con una diferencia de un grado → tendremos una Asíntota Oblicua

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{2-x} = -\infty$
- $\lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{2-x} = \infty$

No tiene asíntota horizontal.

Asíntota Oblicua y = mx+n

m = $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{2-x}}{x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{2x-x^2} = -1$

Asíntota oblicua: y = -x-2

n = $\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{2-x} + x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x-x^2}{2-x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to\infty} \frac{2x}{2-x} = -2$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Oblicua

g(x) = $\frac{x^2}{2-x} - (-x-2) = \frac{x^2+2x-x^2+4-2x}{2-x} = \frac{4}{2-x}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x\to\infty} \frac{4}{2-x} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua

$\lim_{x\to-\infty} \frac{4}{2-x} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua

Signo de la función

	(-∞,0)	(0,2)	(2,∞)
Signo de f(x)	+	+	-

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

$f'(x)= \frac{2x(2-x)+x^2}{(2-x)^2} = \frac{4x-2x^2+x^2}{(2-x)^2} = \frac{-x^2+4x}{(2-x)^2}$ $f'(x) = 0 \rightarrow -x^2+4x = 0 \rightarrow$ x = 0 y x = 4

	(-∞,0)	(0,2)	(2,4)	(4,∞)
Signo f´(x)	-	+	+	-
Comportamiento de f(x)	↘	↗	↗	↘

- Crecimiento : (0,2)U(2,4)
- Decrecimiento: (-∞,0)U(4,∞)
- Tenemos un mínimo en (0,0)
- Tenemos un máximo en (4,-8)

Concavidad

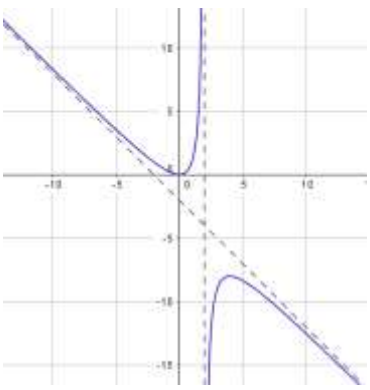
$f''(x)= \frac{(-2x+4)(2-x)^2+2(2-x)(-x^2+4x)}{(2-x)^4} = \frac{(2-x)[(-2x+4)(2-x)+2(-x^2+4x)]}{(2-x)^4} = \frac{-4x+8+2x^2-4x-2x^2+8x}{(2-x)^3} = \frac{8}{(2-x)^3}$

$f''(x)= \frac{8}{(2-x)^3}$ $f''(x) = 0 \rightarrow$ Sin solución

	(-∞,2)	(2,∞)
Signo de f´´(x)	+	-
Comportamiento de f(x)	U	∩

- Cóncava hacia arriba: (-∞, 2)
- Cóncava hacia abajo: (2,∞)
- No hay puntos de inflexión

Representación gráfica



$f(x)=\frac{1-x^2}{x^2-4}$

Dominio

D(f)= $\forall x \epsilon \mathbb{R}$ - {-2,2}

Simetrías

f(-x)= $\frac{1-(-x)^2}{(-x)^2-4}=\frac{1-x^2}{x^2-4}$ f(-x)= f(x) Tiene simetría par. Es simétrica respecto al eje Y.

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0

  $f(x)=\frac{1-x^2}{x^2-4}=0 \rightarrow 1-x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow \quad x = \pm 1$ Los puntos de corte serán : (-1,0) y (1,0)

- Corte con el eje OY :

  $f(0)=\frac{1-0^2}{0^2-4} = -\frac{1}{4} \rightarrow$ El punto de corte será el $(0, -\frac{1}{4})$

Asíntotas Verticales

Para x = -2

$\lim_{x\to -2}\frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0} \rightarrow \left[\frac{k}{0}\right]$ Calculamos los límites laterales:

- $\lim_{x\to -2^-}\frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-}{0^+} = -\infty$ Tenemos una asíntota vertical en x= -2
- $\lim_{x\to -2^+}\frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-}{0^-} = +\infty$

Para x = 2

$\lim_{x\to 2}\frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-3}{0} \rightarrow \left[\frac{k}{0}\right]$ Calculamos los límites laterales:

- $\lim_{x\to 2^-}\frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-}{0^-} = \infty$ Tenemos una asíntota vertical en x= 2
- $\lim_{x\to 2^+}\frac{1-x^2}{x^2-4} = \frac{-}{0^+} = -\infty$

Como el Grado del Numerador = Grado del Denominador → Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x\to\infty}\frac{1-x^2}{x^2-4} = -1$ Tenemos una asíntota horizontal en y = -1
- $\text{Lim}_{x\to\infty}\frac{1-x^2}{x^2-4} = -1$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

$g(x) = \frac{1-x^2}{x^2-4} - (-1) = \frac{1-x^2+x^2-4}{x^2-4} = \frac{-3}{x^2-4}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por $\pm\infty$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{-3}{x^2-4}=0^- \rightarrow \text{La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{-3}{x^2-4}=0^- \rightarrow \text{La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal}$$

Asíntota Horizontal (No tiene asíntota oblicua).

Signo de la función

	$(-\infty,-2)$	(-2,-1)	(-1,1)	(1,2)	$(2,\infty)$
Signo de f(x)	-	+	-	+	-

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

$f'(x)=\frac{-2x(x^2-4)-2x(1-x^2)}{(x^2-4)^2}=\frac{-2x^3+8x-2x+2x^3}{(x^2-4)^2}=\frac{6x}{(x^2-4)^2}\rightarrow f'(x)=0\rightarrow 6x=0\rightarrow\ \ x=0$

	$(-\infty,-2)$	(-2,0)	(0,2)	$(2,\infty)$
Signo f´(x)	-	-	+	+
Comportamiento de f(x)	↘	↘	↗	↗

- Crecimiento : $(-\infty,-2)U(-2,0)$
- Decrecimiento: $(0,2)\cup(2,\infty)$
- Tenemos un mínimo en $(0,\frac{-1}{4})$

Concavidad

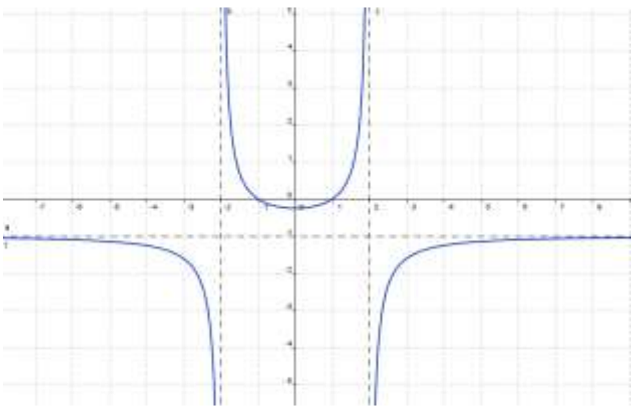
$f''(x)=\frac{6(x^2-4)^2-24x^2(x^2-4)}{(x^2-4)^4}=\frac{(x^2-4)[6(x^2-4)-24x^2]}{(x^2-4)^4}=\frac{6x^2-24-24x^2}{(x^2-4)^3}=\frac{-18x^2-24}{(x^2-4)^3}$

$f''(x)=0\rightarrow -18x^2-24=0\rightarrow$ No tiene solución

	$(-\infty,-2)$	(-2,2)	$(2,\infty)$
Signo de f´´(x)	-	+	-
Comportamiento de f(x)	∩	U	∩

- Cóncava hacia arriba: (-2,2)
- Cóncava hacia abajo: $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$
- No hay punto de inflexión

Representación gráfica



$f(x) = \frac{6x+12}{x+3}$

Dominio

D(f)= $\forall x \epsilon \mathbb{R}$ - {-3}

Simetrías

f(-x)=$\frac{6(-x)+12}{(-x)+3}$ =$\frac{-6x+12}{-x+3}$ f(-x) ≠ f(x) No presenta simetrías

f(-x)≠-f(x)

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0
  f(x)= $\frac{6x+12}{x+3}$ =0 → 6x+12= 0 → x = -2 El punto de corte será: (-2,0)

- Corte con el eje OY :
  f(0)= $\frac{0+12}{0+3}$ = 4 → y = 4 El punto de corte será el (0,4)

Asíntotas Verticales

Para x = -3

$\lim_{x \to -3} \frac{6x+12}{x+3} = \frac{-6}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$ → Calculamos los límites laterales:

- $\lim_{x \to -3^-} \frac{6x+12}{x+3} = \frac{-}{0^-} = \infty$ Tiene una asíntota vertical en x= -3
- $\lim_{x \to -3^+} \frac{6x+12}{x+3} = \frac{-}{0^+} = -\infty$

Como el Grado del Numerador = Grado del Denominador → Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x \to \infty} \frac{6x+12}{x+3} = 6$ Tiene una asíntota horizontal en y=6
- $\lim_{x \to -\infty} \frac{6x+12}{x+3} = 6$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

$g(x) = \frac{6x+12}{x+3} - 6 = \frac{6x+12-6x-18}{x+3} = \frac{-6}{x+3}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x \to \infty} \frac{6x+12}{x+3} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal

$\lim_{x \to -\infty} \frac{6x+12}{x+3} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal No tiene asíntota oblicua.

Signo de la función

	$(-\infty,-3)$	(-3,-2)	$(-2,\infty)$
Signo de f(x)	+	-	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

$f'(x)=\frac{6(x+3)-(6x+12)}{(x+3)^2}=\frac{6x+18-6x-12}{(x+3)^2}=\frac{6}{(x+3)^2}$ $f'(x)=0 \rightarrow$ No tiene solución

	$(-\infty,-3)$	$(-3,\infty)$
Signo f´(x)	+	+
Comportamiento de f(x)	↗	↗

- Crecimiento : $(-\infty,-3) \cup (-3,\infty)$
- No tiene ni máximos ni mínimos

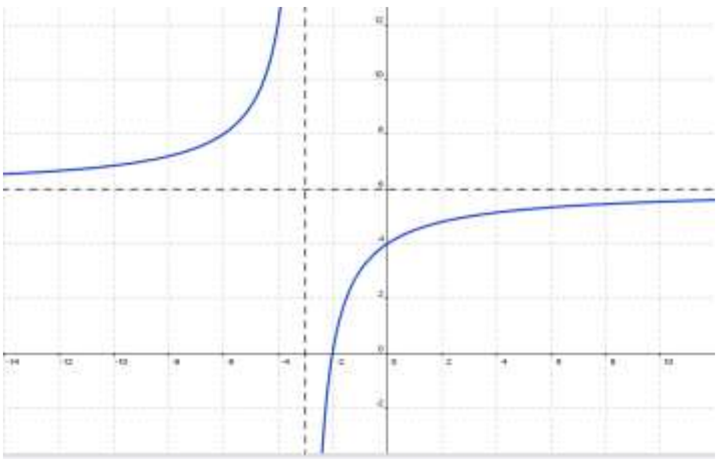
Concavidad

$f''(x)=\frac{0(x+3)^2-2(x+3)6}{(x+3)^4}=\frac{-12(x+3)}{(x+3)^4}=\frac{-12}{(x+3)^3}$ $f''(x)=0 \rightarrow$ No tiene solución

	$(-\infty,-3)$	$(-3,\infty)$
Signo de f´´(x)	+	-
Comportamiento de f(x)	U	∩

- Cóncava hacia arriba: $(-\infty,-3)$
- Cóncava hacia abajo: $(-3,\infty)$
- No hay puntos de inflexión

Representación gráfica



$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

Dominio

D(f)= $\forall x \epsilon \mathbb{R}$ - {-1,1}

Simetrías

f(-x)= $\frac{(-x)^2+1}{(-x)^2-1} = \frac{x^2+1}{x^2-1}$ f(-x) = f(x)   Presenta simetría par

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0

  f(x)= $\frac{x^2+1}{x^2-1}$ =0 → $x^2+1=0$ → No corta con el eje OX

- Corte con el eje OY :

  f(0) =$\frac{0^2+1}{0^2-1}$ = -1   El punto de corte será el (0,-1)

Asíntotas Verticales:

Para x = -1

$\lim_{x\to -1} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{2}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$ → Calculamos los límites laterales:

- $\lim_{x\to -1^-} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^+} = +\infty$ Tiene una asíntota vertical en x= -1
- $\lim_{x\to -1^+} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^-} = -\infty$

Para x = 1

$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{2}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$ → Calculamos los límites laterales:

- $\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^-} = -\infty$ Tiene una asíntota vertical en x= -1
- $\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^+} = +\infty$

Como el Grado del Numerador = Grado del Denominador → Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal:

- $\lim_{x\to \infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} = 1$ Tiene una asíntota horizontal en y = 1
- $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} = 1$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

$g(x) = \frac{x^2+1}{x^2-1} - 1 = \frac{x^2+1-x^2+1}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-1}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x\to\infty} \frac{2}{x^2-1} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

$\lim_{x\to-\infty} \frac{2}{x^2-1} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal: No tiene asíntota oblicua.

Signo de la función

	$(-\infty,-1)$	(-1,1)	$(1,\infty)$
Signo de f(x)	+	-	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

$f'(x)=\frac{2x(x^2-1)-2x(x^2+1)}{(x^2-1)^2} = \frac{-4x}{(x^2-1)^2}$ $f'(x) = 0 \rightarrow -4x=0 \rightarrow x=0$

	$(-\infty,-1)$	(-1,0)	(0,1)	$(1,\infty)$
Signo f´(x)	+	+	-	-
Comportamiento de f(x)	↗	↗	↘	↘

- Crecimiento : $(-\infty,-1) \cup (-1,0)$
- Decrecimiento: $(0,1) \cup (1,\infty)$
- Tenemos un máximo en (0,-1)

Concavidad

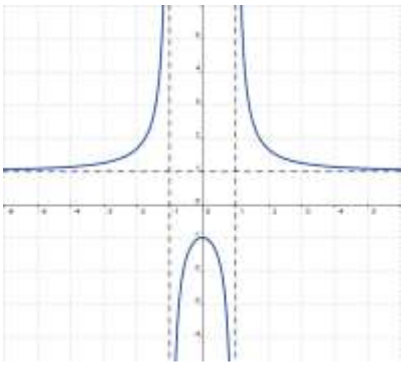
$f''(x) = \frac{-4(x^2-1)^2+4x\cdot 2\cdot(x^2-1)\cdot 2x}{(x^2-1)^4} = \frac{(x^2-1)[-4(x^2-1)+4x\cdot 4\cdot 2x]}{(x^2-1)^4} = \frac{-4x^2+4+16x^2}{(x^2-1)^3} = \frac{12x^2+4}{(x^2-1)^3}$

$f''(x) = 0 \rightarrow 12x^2+4=0$ → No tiene solución

	$(-\infty,-1)$	(-1,1)	$(1,\infty)$
Signo de f´´(x)	+	-	+
Comportamiento de f(x)	U	∩	U

- Cóncava hacia arriba: $(-\infty,-1) \cup (1,\infty)$
- Cóncava hacia abajo: (-1,1)
- No hay punto de inflexión

Representación gráfica



$f(x)=\frac{2x^2}{(2-x)^2}$

Dominio

D(f)= $\forall x \epsilon \mathbb{R}$ - {2}

Simetrías

$f(-x)=\frac{2x^2}{(2+x)^2}$

$f(-x) \neq f(x)$ No tiene simetría par

$f(-x) \neq -f(x)$ No tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0

  $f(x)=\frac{2x^2}{(2-x)^2}=0 \rightarrow 2x^2 = 0 \rightarrow x = 0$ El punto de corte será el (0,0)

- Corte con el eje OY :

  $f(0)=\frac{2 \cdot 0^2}{(2-0)^2}=0 \rightarrow$ El punto de corte será el (0,0)

Asíntotas Verticales

- $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x^2}{(2-x)^2} = \frac{+}{0^+} = +\infty$ Tiene una asíntota vertical en x=2
- $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x^2}{(2-x)^2} = \frac{+}{0^+} = +\infty$

Como el Grado del Numerador = Grado del Denominador → Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x\to +\infty} \frac{2x^2}{(2-x)^2} = 2$ Tiene una asíntota horizontal en y=2
- $\lim_{x\to -\infty} \frac{2x^2}{(2-x)^2} = 2$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

$$g(x) = \frac{2x^2}{(2-x)^2} - 2 = \frac{2x^2-2x^2+8x-8}{(2-x)^2} = \frac{8x-8}{(2-x)^2}$$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x\to\infty} \frac{8x-8}{(2-x)^2} = 0^+ \rightarrow$ La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

$\lim_{x\to-\infty} \frac{8x-8}{(2-x)^2} = 0^- \rightarrow$ La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal

Signo de la función

	(-∞,0)	(0,2)	(2,∞)
Signo de f(x)	+	+	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

f´(x)= $\frac{4x\cdot(2-x)^2-2x^2\cdot 2(2-x)\cdot(-1)}{(2-x)^4}=\frac{8x-4x^2+4x^2}{(2-x)^3}=\frac{8x}{(2-x)^3}$ f´(x) = 0 → 8x = 0 → x=0

	(-∞,0)	(0,2)	(2,∞)
Signo f´(x)	-	+	-
Comportamiento de f(x)	↘	↗	↘

- Crecimiento : (0,2)
- Decrecimiento: (-∞, 0) ∪ (2, ∞)
- Tenemos un mínimo en (0,0)

Concavidad

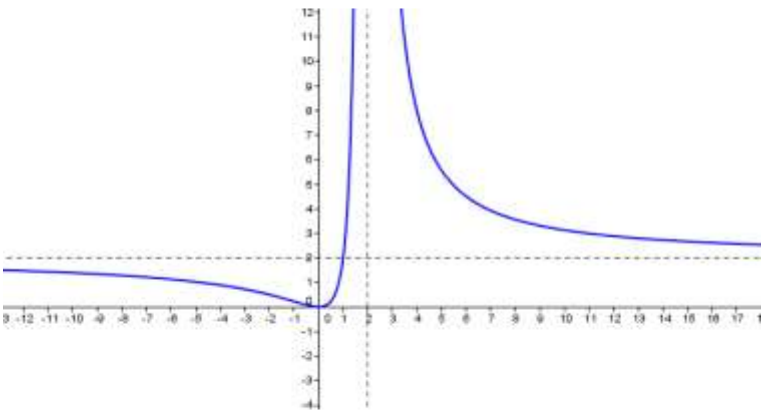
f´´(x)= $\frac{8(2-x)^3-8x\cdot 3\cdot(2-x)^2(-1)}{(2-x)^6}=\frac{16-8x+24x}{(2-x)^4}=\frac{16x+16}{(2-x)^4}$

f´´(x)= $\frac{16x+16}{(2-x)^4}$ f´´(x) = 0 -> $\frac{16x+16}{(2-x)^4}=0\rightarrow 16x+16=0\rightarrow x=-1$

	(-∞,-1)	(-1,2)	(2,∞)
Signo de f´´(x)	-	+	+
Comportamiento de f(x)	∩	∪	∪

- Cóncava hacia arriba: (-1,2) ∪ (2, ∞)
- Cóncava hacia abajo: (-∞, −1)
- Puntos de Inflexión: $\left(-1,\frac{2}{9}\right)$

Representación gráfica



$f(x) = \frac{6x}{x^2+1}$

Dominio

D(f)= $\forall x \epsilon \mathbb{R}$

Simetrías

f(-x)= $\frac{-6x}{x^2+1}$

f(-x)≠ f(x) No tiene simetría par

f(-x)= -f(x) Tiene simetría impar

Cortes con los ejes

- Corte con el eje OX: f(x)=0
  $f(x)= \frac{6x}{x^2+1} = 0 \rightarrow 6x = 0 \rightarrow x = 0$ El punto de corte será el (0,0)
- Corte con el eje OY :
  $f(0)= \frac{6 \cdot 0}{0^2+1} = 0 \rightarrow$ El punto de corte será el (0,0)

Asíntotas Verticales No hay

Como el Grado del Numerador < Grado del Denominador → Asíntota Horizontal

Asíntota Horizontal

- $\lim_{x \to +\infty} \frac{6x}{x^2+1} = 0$ Tiene una asíntota horizontal en y=0
- $\lim_{x \to -\infty} \frac{6x}{x^2+1} = 0$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

$g(x) = \frac{6x}{x^2+1} - 0 = \frac{6x}{x^2+1}$

Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

$\lim_{x \to \infty} \frac{6x}{x^2+1} = 0^+ \rightarrow$ La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

$\lim_{x \to -\infty} \frac{6x}{x^2+1} = 0^- \rightarrow$ La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal

Asíntota Oblicua No hay

Signo de la función

	(-∞,0)	(0,∞)
Signo de f(x)	-	+

Monotonía (Crecimiento y Decrecimiento)

f´(x)=$\frac{6(x^2+1)-2x\cdot 6x}{(x^2+1)^2}=\frac{6x^2+6-12x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{-6x^2+6}{(x^2+1)^2}$ f´(x) = 0 → -6x^2+6=0 → x= ± 1

	(-∞,-1)	(-1,1)	(1,∞)
Signo f´(x)	-	+	-
Comportamiento de f(x)	↘	↗	↘

- Crecimiento : (-1,1)
- Decrecimiento: (-∞, $-1)\cup(1,\infty)$
- Tenemos un mínimo en (-1,-3)
- Tenemos un máximo en (1,3)

Concavidad

f´´(x)= $\frac{-12x(x^2+1)^2-(-6x^2+6)\cdot 2\cdot(x^2+1)\cdot 2x}{(x^2+1)^4}=\frac{-12x^3-12x+24x^3-24x}{(x^2+1)^3}=\frac{12x^3-36x}{(x^2+1)^3}$

f´´(x) = 0 → $\frac{12x^3-36x}{(x^2+1)^3}=0$ → 12x^3-36x=0 → x=0 e x=$\pm\sqrt{3}$

	(-∞,-√3)	(-√3,0)	(0,√3)	(√3,∞)
Signo de f´´(x)	-	+	-	+
Comportamiento de f(x)	∩	∪	∩	∪

- Cóncava hacia arriba: (-√3,0)∪ (√3,∞)
- Cóncava hacia abajo: (-∞,-√3)∪ (0,√3)
- Puntos de Inflexión: (-√3;-2,5)
  (0,0)
  (√3; 2,5)

Representación gráfica