La Estadística trata del recuento, ordenación y clasificación de los datos obtenidos por las observaciones, para poder hacer comparaciones y sacar conclusiones.
Un estudio estadístico consta de las siguientes fases:

- Recogida de datos.
- Organización y representación de datos.
- Análisis de datos.
- Obtención de conclusiones.

- **Población:** Conjunto de todos los individuos (personas, animales, objetos, etc) que porten información sobre el fenómeno que se estudia. Por ejemplo, si estudiamos el precio de la vivienda en una ciudad, la población será el total de las viviendas de dicha ciudad.
- **Muestra:** subconjunto que seleccionamos de la población. Así, si se estudia el precio de la vivienda de una ciudad, lo normal será no recoger información sobre todas las viviendas de la ciudad (sería una labor muy compleja), sino que se suele seleccionar un subgrupo (muestra) que se entienda que es suficientemente representativo.
- **Tamaño muestral:** número de individuos que tiene la muestra.

- **Tipos de Muestreos**
  - **Muestreo Aleatorio**: cuando los componentes de la muestra han sido seleccionados al azar y todos los miembros de la población tienen, a priori, las mismas posibilidades de ser seleccionados en la muestra.
  - **Muestreo Aleatorio Simple**: Todos los elementos de la población tienen la misma probabilidad de ser elegidos para formar parte de la muestra.
  - **Muestreo aleatorio Sistemático**: se ordenan los elementos de la población. Se selecciona un elemento de la misma al azar y, a partir de él, se van seleccionando los componentes de la muestra igualmente espaciados.
  - **Muestreo aleatorio estratificado**: En ocasiones, la característica que se estudia en la población varía según diferentes grupos, como pueden ser los delimitados por el sexo o la edad..
    En este caso la población se divide en grupos homogéneos que se llaman estratos, y posteriormente se extrae una muestra aleatoria de cada estrato de forma que en la muestra, cada estrato mantenga la misma proporción que en la población.

Se denomina variable a cada una de las características o cualidades que poseen los individuos de una población.

Sea una muestra $x_1, x_2,...x_n$ de una variable "x"

- Se llama media muestral a $\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+..+x_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$ media aritmética de los datos
- Se llama varianza muestral a $S^2x = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot (x_i-\bar{x})^2}{N}$ que es una medida de dispersión para estudiar la representatividad de la media:
- Se llama desviación típica muestral a la raíz cuadrada de la varianza muestral $S_x = \sqrt{S^2x}$

Ejemplo: Dadas las notas de un alumno

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
7	0	0
9	2	4
6	-1	1
7	0	0
6	-1	1

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N} = \frac{7+9+6+7+6}{5} = 7$$

$$S^2x = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{4+1+1}{5} = 1{,}2$$

Los parámetros de la población se pueden estimar a partir de los de la muestra. Así:

- **La media muestral: $\bar{x}$,** sirve para estimar la media poblacional, se denota con μ
- **La desviación típica muestral: s,** es una estimación de la desviación típica , se denota con σ.
- **La varianza:** se denota σ^2

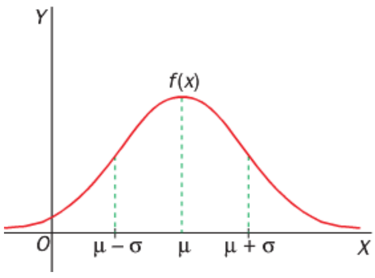
Distribución Normal

Una variable aleatoria continua X sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ, y se designa por N(μ, σ) si cumplen las siguientes condiciones :

- La variable pueden tomar cualquier valor real, es decir, x∈ (-∞, ∞)
- La función de densidad, f(x) de la distribución

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La gráfica de una distribución normal es simétrica con respecto de la media "μ" y su forma es acampanada, lo que le da el nombre de la campana de Gauss.



El área que queda por debajo de la curva es 1.

P(-∞ $< x < +\infty) = 1$

Cuando μ=0 y σ=1 tenemos la normal tipificada o Estándar N(0,1)

La importancia que la distribución normal tipificada radica en que cualquier distribución normal se puede reducir a una tipificada y que esta se encuentra tabulada.

Cálculo de probabilidades en una Normal Tipificada

La distribución N(0,1) que se representa por Z, se encuentra tabulada, lo cual permite un cálculo rápido de las probabilidades asociadas a la misma.

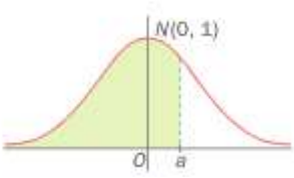
Aunque existe muchos fenómenos que se comporten como una distribución normal, se puede afirmar que ninguno de ellos se comporta exactamente como una N(0,1)

Lo más aconsejable sería transformar la variable x que sigue una distribución N(μ, σ) en otra variable Z que siga una distribución N(0,1) . Esta transformación se conoce con el nombre de **tipificación de la variable** y consiste en:

- **Centrar** : consiste en trasladar la media de la distribución al origen de coordenadas. Esto equivale a hacer μ =0
- **Reducir**: la desviación estándar a 1 (σ=1). Esto equivale a dilatar o contraer la gráfica de la distribución para que coincida con la ley estándar:

$$\mathbf{Z} = \frac{\boldsymbol{X-\mu}}{\boldsymbol{\sigma}}$$

Cálculo de P(Z≤a)



Hallar la probabilidad

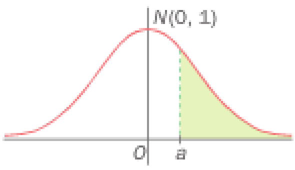
P(Z<0,42) → Basta con buscar el valor en la tabla que se encuentra en la página 345 del libro.

P(Z<0,42) = 0,6628

Hallar la a sabiendo la probabilidad

P(Z≤ a)= 0,6985 → a=0,52

Cálculo de P(Z>a)



Hallar la Probabilidad

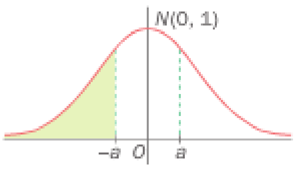
P(Z≥1,25) = 1- P(Z≤ 1,25) = 1- 0,8944 = 0,1056

P(Z≥1,38) = 1- P(Z≤ 1,38)= 1-0,9162 = 0,0838

Hallar la a sabiendo la probabilidad

P(Z≥a) = 0,0384 → P(Z≤a)=0, 9616 → a=1,77

Cálculo de P(Z<-a)

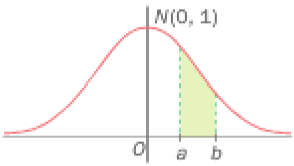


Hallar la Probabilidad

P(Z< - 0,19) = P(Z > - 0,19) = 1- P(Z≤ 0,19) = 1 – 0,5753=0,4247

P(Z< - 1,56) = P(Z> 1,56) = 1- P(Z≤ 1,56) = 1 – 0,9406 = 0,0594

Cálculo de P(a≤ Z ≤ b)



Hallar la Probabilidad

P(-1,83<Z<0,75) = P(Z<0,75) – P(Z<-1,83) = P(Z<0,75) – P(Z>1,83) =

P(Z<0,75) – [1- P(Z<1,83)] = 0,7734 – [1- 0,9664] = 0,7398

- **Una variable *X* sigue una distribución normal de media 5 y desviación típica 1,2. Calcula las siguientes probabilidades.**

  a) $P(X \leq 4)$ b) $P(3,5 \leq X \leq 4,5)$

  La variable X dada sigue una distribución N(5;1,2). Se construye una nueva variable Z que sigue una N(0,1). El cambio de variable es $Z = \frac{X-5}{1,2}$

  a) $P(X\leq 4) = P(Z\leq \frac{4-5}{1,2}) = P(Z\leq -0,83) = P(Z\geq 0,83) = 1 - P(Z\leq 0,83) = 0,2023$

  b) $P(3,5\leq X\leq 4,5) = P\left(\frac{3,5-5}{1,2} \leq Z \leq \frac{4,5-5}{1,2}\right) = P(-1,25\leq Z \leq -0,42) = P(Z<-0,42) - P(Z<-1,25) =$

  $[1 - P(Z<0,42)] - [1- P(Z<1,25)] = 0,2328$

- **En una panadería se cortan panecillos con un peso que se ajusta a una distribución normal de media 100 gramos y desviación típica 9 gramos. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un panecillo cuyo peso oscile entre 80 gramos y la media?**

Se denota por *X* el peso de un panecillo. *X* sigue una distribución *N*(100, 9), que se transforma en una *N*(0, 1) mediante el cambio de variable $Z = \frac{X-100}{9}$. Por tanto:

$$P(80 \leq X \leq 100) = P\left(\frac{80-100}{9} \leq Z \leq \frac{100-100}{9}\right) = P(-2,22 \leq Z \leq 0) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -2,22) =$$

$$= P(Z \leq 0) - (1 - P(Z \leq 2,22)) = 0,5 - 1 + 0,9868 = 0,4868$$

Estimación de la media por Intervalos de Confianza

Los parámetros de la población se pueden estimar a partir de los de la muestra:

- **La media muestral**, $\bar{x}$ sirve para estimar la media poblacional, μ
- **La desviación típica muestral,** s, es una estimación de la desviación típica poblacional σ

Población		Muestra
μ	Media	$\bar{x}$
σ	Desviación Típica	S_x
σ^2	Varianza	${S_x}^2$

- **Estimación por intervalos:** A partir de una muestra de tamaño n podemos estimar el valor de un parámetro de la población:
  - **Intervalo de Confianza:** es el intervalo dentro del cual confiamos que esté el parámetro.
  - **Nivel de Confianza:** hallando la probabilidad de que tal cosa ocurra.
- Cuando mayor sea el tamaño de la muestra, mejor será nuestra estimación.
- Nuestra estimación será mejor si:
  - Cuanto más pequeño sea el tamaño del intervalo más preciso estaremos siendo.
  - Cuanto mayor sea el nivel de confianza mayor va a ser la seguridad en la estimación

Deseamos estimar la media μ , de una población desconocida y desviación típica σ conocida. Para ello tomamos una muestra de tamaño "n", de la cual se obtiene una media muestral $\bar{x}$.

- $\boldsymbol{Z_{\alpha/2}}$ **: es un valor en una N(0,1) que cumple que la P(Z≤ $\boldsymbol{Z_{\alpha/2}}$)= 1 - $\boldsymbol{\frac{\alpha}{2}}$**

- **Si nos dicen el nivel de significación o de riesgo se designa mediante $\boldsymbol{\alpha}$**: es la probabilidad de que el verdadero valor de μ no esté en el intervalo.
- **Si nos dicen el nivel de confianza 1- $\boldsymbol{\alpha}$** : es la probabilidad de que el verdadero valor de la media de la población esté en el intervalo.

- **Intervalo de Confianza para el parámetro μ de una población N(μ, σ) al nivel de confianza 1-α viene dado:**

  IC= $\left[\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

- **El error máximo admisible es:**

  E = $Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

  - Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra, menor sea nuestro error cometido en nuestra estimación.
  - Cuanto mayor sea 1-α (mayor será $Z_{\alpha/2}$, por tanto más seguros estaremos de nuestra estimación) , mayor será E

- **Tamaño de la muestra**

  n=$\left(\frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E}\right)^2$

- **Amplitud del Intervalo de confianza**

  Amplitud = 2·E= 2$Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

EXÁMENES DE EBAU

1) (EBAU 2022 Junio) Un agricultor valenciano ha determinado que el peso de sus naranjas sigue una distribución normal con desviación típica de 15 gramos. De una muestra de 100 naranjas escogidas al azar se calcula un peso medio por naranjas de 210 gramos.

A.(1,25 PUNTOS] Obtenga el intervalo de confianza del 93 % para el peso medio de una naranja.
B.[1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de naranjas que habría que considerar para que el error cometido estimar el peso medio por naranja, con un nivel de confianza del 97 %, fuese de 2 gramos?

a) Sea X la variable aleatoria que mide el peso de sus naranjas, donde X ~ N(μ, 15).

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 100 naranjas
$\bar{x} = 210$ gr
$\sigma = 15$ gr

Para una confianza del 93%, Nivel de confianza = 1- α = 0,93 → α = 0,07

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,965 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,035}$= 1,81

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(210 - 1,81\frac{15}{\sqrt{100}};\ 210 + 1,81\frac{15}{\sqrt{100}}\right) = (207,285; 212,715)$$

b) Para una confianza del 97%, Nivel de confianza = 1- α = 0,97 → α = 0,03

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,015}$= 2,17

E = $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2,17\cdot 15}{2}\right)^2 \rightarrow n > 264,87$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **265 naranjas**

2) (EBAU 2022 Extraordinaria) La enóloga de una bodega ha determinado que el porcentaje de alcohol presente en sus botellas de vino sigue una distribución normal con una desviación típica de 0,53 %. Una muestra de 120 botellas, escogidas al azar, arroja un valor promedio para el porcentaje de alcohol por botella de 12,05 %.

A. [1,25 PUNTOS] Obtenga el intervalo de confianza del 95 % para el valor promedio del porcentaje de alcohol por botella.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el número mínimo de botellas que habría que considerar para que el error cometido al estimar el valor medio del porcentaje de alcohol por botella, con un nivel de confianza del 97,5 %, fuese de 0,1 %?

a) Sea X la variable aleatoria que mide el porcentaje de alcohol presente en las botellas de vino de una determinada bodega, donde X ~ N(μ; 0,53).

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 120 botellas
$\bar{x} = 12{,}05$
$\sigma = 0{,}53$

Para una confianza del 95%, Nivel de confianza = 1- α = 0,95 → α = 0,05

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,975 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,025}$= 1,96

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,95}(\mu) = \left(12{,}05 - 1{,}96\frac{0{,}53}{\sqrt{120}};\ 12{,}05 + 1{,}96\frac{0{,}53}{\sqrt{120}}\right) = (11{,}9552; 12{,}1448)$$

b) Para una confianza del 97,5%, Nivel de confianza = 1- α = 0,975 → α = 0,025

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,9875 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,0125}$= 2,24

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0{,}1 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2{,}24\cdot 0{,}53}{0{,}1}\right)^2 \rightarrow n > 140{,}94$$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **141 botellas**

3) (EBAU Junio 2021 Junio) El tiempo que los usuarios de una compañía de telefonía móvil deben esperar para que les atiendan en el Servicio de Atención al Cliente, sigue una distribución normal con desviación típica de 2 minutos. Una muestra aleatoria de 450 personas da como resultado un tiempo medio de espera de 14 minutos.

a) [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 93% para el tiempo medio.

b) [1,25 PUNTOS]¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90% sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

a) Sea X la variable aleatoria que mide el tiempo que los usuarios de una compañía de Telefonía móvil deben esperar para que les atiendan en el Servicio de Atención al Cliente, donde X ~ N(μ, 2).

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 450 personas
$\bar{x} = 14$ minutos
$\sigma = 2$ minutos

Para una confianza del 93%, Nivel de confianza = 1- α = 0,93 → α = 0,07

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,965 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,035}$= 1,81

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(14 - 1{,}81\frac{2}{\sqrt{450}};\ 14 + 1{,}81\frac{2}{\sqrt{450}}\right) = (13{,}829; 14{,}171)$$

b) Para una confianza del 90%, Nivel de confianza = 1- α = 0,90 → α = 0,1

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,95 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,05}$= 1,645

Calculamos el Error cometido en el apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}81 \cdot \frac{2}{\sqrt{450}}$

El enunciado nos pide que el error sea un tercio del apartado anterior $\frac{1}{3} \cdot 1{,}81 \cdot \frac{2}{\sqrt{450}} = 0{,}0569$

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0{,}0569 \to n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \to n > \left(\frac{1{,}645\cdot 2}{0{,}0569}\right)^2 \to n > 3343{,}23$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **3344 personas**

4) (EBAU 2021 Extraordinaria) El número de libros que los estudiantes de un instituto leen al año, sigue una distribución normal con desviación típica 1. Una muestra aleatoria de 125 alumnos da como resultado una media de 4 libros.

a) [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94% para la media.

b) [1,25 PUNTOS]¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 97% sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

a) Sea X la variable aleatoria que mide el número de libros que los estudiantes de un instituto leen al año, donde X ~ N(μ, 1).

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 125 alumnos
$\bar{x} = 4$ libros
$\sigma = 1$ libro

Para una confianza del 94%, Nivel de confianza = 1- α = 0,94 → α = 0,06

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,97 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,03}$= 1,88

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(4 - 1{,}88\frac{1}{\sqrt{125}};\ 4 + 1{,}88\frac{1}{\sqrt{125}}\right) = (3{,}832; 4{,}168)$$

b) Para una confianza del 97%, Nivel de confianza = 1- α = 0,97 → α = 0,03

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,015}$= 2,17

Calculamos el Error cometido en el apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}88 \cdot \frac{1}{\sqrt{125}}$

El enunciado nos pide que el error sea un tercio del apartado anterior $\frac{1}{4} \cdot 1{,}88 \cdot \frac{1}{\sqrt{125}}$ = 0,042

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0{,}042 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{E}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2{,}17 \cdot 1}{0{,}042}\right)^2 \rightarrow n > 2669{,}44$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **2670 alumnos**

5) (EBAU 2020 Junio)

A. [1,25 PUNTOS] El precio de alquiler de viviendas en un determinado barrio de una gran ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 265 euros. Queremos que el error cometido al estimar el precio medio de alquiler con un nivel de confianza del 97 % sea 20,7 euros. ¿Cuántas viviendas hemos de tomar aleatoriamente para calcular la estimación?

B. [1,25 PUNTOS] En el caso de una población de tamaño pequeño, el precio de alquiler sigue una distribución normal con desviación típica 134 euros. Una muestra aleatoria de 357 viviendas da como resultado un alquiler medio de 448 euros. Obtener el intervalo de confianza del 93 % para el precio medio de alquiler.

Sea X la variable aleatoria que mide el precio de alquiler de viviendas en un determinado barrio de una gran ciudad, donde X ~ N(μ, 265).

a) Tenemos una muestra aleatoria:

E = 20,7 euros
σ = 265 euros

Para una confianza del 97%, Nivel de confianza = 1- α = 0,97 → α = 0,03

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,015}$= 2,17

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2{,}354 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2{,}17\cdot 265}{20{,}7}\right)^2 \rightarrow n > 771{,}739$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **772 viviendas**

b) Tenemos una muestra aleatoria:

n = 357 viviendas
σ = 134 euros
$\bar{x}$ = 448 euros

Para una confianza del 93%, Nivel de confianza = 1- α = 0,93 → α = 0,07

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,965 → por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,035}$= 1,81

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(448 - 1{,}81\frac{134}{\sqrt{357}};\ 448 + 1{,}81\frac{134}{\sqrt{357}}\right) = (435{,}163; 460{,}837)$$

6) (EBAU 2020 Extraordinaria) El número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, sigue una distribución normal con desviación típica 2 horas. Una muestra aleatoria de 375 personas da como resultado un tiempo medio de 4 horas.

A. [1,25 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para el tiempo medio.

B. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 90 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide el número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, donde X ~ N(μ, 2).

a) Tenemos una muestra aleatoria:

n = 375 personas
$\sigma = 2$ horas
$\bar{x} = 4$ horas

Para una confianza del 94%, Nivel de confianza = 1- α = 0,94 → α = 0,06

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,97 → por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,03}$= 1,88

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,94}(\mu) = \left(4 - 1,88\frac{2}{\sqrt{375}};\ 4 + 1,88\frac{2}{\sqrt{375}}\right) = (3,8058; 4,1942)$$

b) Sea X la variable aleatoria que mide el número de horas semanales que los habitantes de determinada población dedican a la lectura de libros, donde X ~ N(μ, 2).

Para una confianza del 90%, Nivel de confianza = 1- α = 0,90 → α = 0,1

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,95 → por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,05}$= 1,645

Queremos encontrar un tamaño mínimo de la muestra para que el error sea menor de:

E = $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,88\frac{2}{\sqrt{375}} = 0,1942$ $\frac{E}{4} = \frac{0,1942}{4}$

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2,354 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{1,645\cdot 2}{\frac{0,1942}{4}}\right)^2 \rightarrow n > 4592,12$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **4593 personas**

7) (EBAU 2019 Junio) El gasto mensual en alquiler de los inquilinos de la zona centro de determinada ciudad, sigue una distribución normal con desviación típica de 73 euros. Una muestra aleatoria de 350 inquilinos da como resultados una renta media de 689,3 euros.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 93 % para la renta media.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 91 % sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide el gasto mensual en alquiler de los inquilinos de la zona centro de determinada ciudad, donde X ~ N(μ, 73).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 350 alquilinos
$\bar{x}$ = 689,3 euros

Para una confianza del 93%, α = 0,07,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,965 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,035}$= 1,81

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(689{,}3 - 1{,}81\frac{73}{\sqrt{350}}; 689{,}3 + 1{,}81\frac{73}{\sqrt{350}}\right) = (682{,}237; 696{,}363)$$

b) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → E = $1{,}81\frac{73}{\sqrt{350}}$ → E= 7,063

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{3} = 2{,}354$

Para una confianza del 91%, α = 0,09,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,955 → por lo tanto $Z_{\propto/2}$= 1,695

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2{,}354 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma}{2{,}354}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{1{,}695 \cdot 73}{2{,}354}\right)^2 \rightarrow n > 2762{,}94$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **2763 inquilinos**

8) (EBAU 2018 Junio) La asistencia anual a espectáculos teatrales de los habitantes de una gran ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 2. Una muestra aleatoria de 850 personas da como resultado una media de 7 asistencias al año.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 94 % para la asistencia media anual.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 97 % sea la mitad del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide la asistencia anual a espectáculos teatrales de los habitantes de una gran ciudad el sueldo mensual, donde X ~ N(μ, 2).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 850 personas
$\bar{x}$ = 7 asistencias

Para una confianza del 94%, α = 0,06,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,97 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,03}$= 1,88

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,94}(\mu) = \left(7 - 1{,}88\frac{2}{\sqrt{850}}; 7 + 1{,}88\frac{2}{\sqrt{850}}\right) = (6{,}871; 7{,}129)$$

b) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → E = $1{,}88\frac{2}{\sqrt{850}}$ → E= 0,129

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{2} = 0{,}064$

Para una confianza del 97%, α = 0,03,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\propto/2}$= 2,17

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0{,}064 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{0{,}064}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2{,}17\cdot 2}{0{,}064}\right)^2 \rightarrow n > 4598{,}54$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **n= 4599**

9) (EBAU 2018 Extraodinaria) El Centro de Idiomas de la Universidad de Cantabria realiza un examen de inglés a todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018. La nota obtenida sigue una distribución normal con desviación típica 1,9. Una muestra aleatoria de 100 alumnos da como resultado una nota media de 6,82.

A. [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 90 % para la nota media.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide la nota media de un examen de Inglés de todos los alumnos de nuevo ingreso en el curso 2017/2018, donde X ~ N(μ; 1,9).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 100 alumnos
$\bar{x}$ = 6,82

Para una confianza del 90%, α = 0,1

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,95 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,05}$= 1,645

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,9}(\mu) = \left(6,82 - 1,645\frac{1,9}{\sqrt{100}};\ 6,82 + 1,645\frac{1,9}{\sqrt{100}}\right) = (6,51 ; 7,13)$$

b) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → E = $1,645\frac{1,9}{\sqrt{100}}$ → E= 0,31255

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{4}$

Para una confianza del 98%, α = 0,02,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,99 → por lo tanto $Z_{\propto/2}$= 2,33

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < E \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{E}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2,17\cdot 2}{E}\right)^2 \rightarrow n > 3209,96$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **n= 3210**

10) (EBAU 2017 Junio) El sueldo mensual de los trabajadores de una empresa sigue una distribución normal con desviación típica de 310 euros. Una muestra aleatoria de 1200 personas da como resultado un sueldo medio de 1545 euros.

a) (1,5 puntos) Obtener el intervalo de confianza del 97 % para el sueldo medio mensual.

b) (1,5 puntos) ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea la mitad del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide el sueldo mensual de los trabajadores de una empresa, donde X ~ N(μ, 310).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 1200 personas
$\bar{x}$ = 1545 euros

Para una confianza del 97%, α = 0,03,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,015}$= 2,17

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,97}(\mu) = \left(1545 - 2{,}17\frac{310}{\sqrt{1200}} ; 1545 + 2{,}17\frac{310}{\sqrt{1200}}\right) = (1525{,}58 ; 1564{,}42).$$

b) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → E = 2,17$\frac{310}{\sqrt{1200}}$ → E= 19,42

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{2} = 9{,}71$

Para una confianza del 98%, α = 0,02,

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,99 → por lo tanto $Z_{\propto/2}$= 2,33

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 9{,}71 \to n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{9{,}71}\right)^2 \to n > \left(\frac{2{,}33\cdot 310}{9{,}71}\right)^2 \to n > 5533{,}45$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **n= 5534**

11) (EBAU 2017 Extraordinaria) El peso de las manzanas de un agricultor cosecha sigue unan distribución normal con desviación típica 25 gramos. Una muestra aleatoria de 150 manzanas da como resultado un peso medio de 227 gramos.

a) (1,5 puntos) Obtener el intervalo de confianza del 92 % para el peso medio.

b) (1,5 puntos) Determinar el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 98 % sea un tercio del obtenido en el apartado anterior.

Sea X la variable aleatoria que mide el peso de las manzanas que un agricultor cosecha, donde X ~ N(μ, 25).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 150 manzanas
$\bar{x}$ = 227 gramos

Para una confianza del 92%, α = 0,08,

$$P(Z\leq Z_{\propto/2}) = 1-\frac{\alpha}{2} = 0,96 \rightarrow \text{por lo tanto } Z_{\propto/2} = Z_{0,04} = 1,75$$

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,92}(\mu) = \left(227-1,75\frac{25}{\sqrt{150}}\,;\,227+1,75\frac{25}{\sqrt{150}}\right) = (223,43\,;\,230,57).$$

a) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow E = 1,75\frac{25}{\sqrt{150}} \rightarrow E = 3,57$$

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{3} = 1,19$

Para una confianza del 98%, α = 0,02,

$$P(Z\leq Z_{\propto/2}) = 1-\frac{\alpha}{2} = 0,99 \rightarrow \text{por lo tanto } Z_{\propto/2} = Z_{0,01} = 2,33$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1,19 \rightarrow n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{1,19}\right)^2 \rightarrow n > \left(\frac{2,33\cdot 25}{1,19}\right)^2 \rightarrow n > 2396,06$$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **n= 2397**

12) (EBAU 2016 Junio) La asistencia anual al cine de los habitantes de determinada ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 3. Una muestra aleatoria de 375 personas da como resultado una cifra media de 15 asistencias al año.

a) (1,5 puntos) Obtener el intervalo de confianza del 98 % para la asistencia media anual.

b) (1,5 puntos) ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 92 % sea un cuarto del obtenido en el apartado anterior?

a) La variable aleatoria X: "la asistencia anual al cine ". La distribución de la variable x es normal, de media desconocida y desviación típica 3.

Una muestra aleatoria de n= 375 personas, proporciona una media muestral de $\bar{x}$ = 15 asistencias/año. A un nivel de confianza del 98% se tiene que:

$$1 - \alpha = 0{,}98 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}01 \rightarrow Z_{0,01} = 2{,}33$$

De manera que el intervalo de confianza al 98%, para la media μ, de la asistencia anual al cine es:

$$IC = \left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \ \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right).$$

$$IC_{0,98}(\mu) = \left(15 - 2{,}33\frac{3}{\sqrt{375}}; 15 + 2{,}33\frac{3}{\sqrt{375}}\right) = (14{,}64\ ;\ 15{,}36)$$

El error cometido es $E = 2{,}33\frac{3}{\sqrt{375}} = 0{,}36$

B. El error cometido debe ser un cuarto del obtenido en el apartado anterior. Por lo tanto el error cometido en este apartado debe ser menor de :

$$\frac{0{,}36}{4} = 0{,}09 \rightarrow E< 0{,}09$$

A un nivel de confianza del 92% se tiene que: $1 - \alpha = 0{,}92 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0{,}04 \rightarrow Z_{0,04}= 1{,}75$

Y como el error E para estimar el número de asistentes anuales al cine debe ser menor que 0,09; entonces

$$E = Z_{0,04}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0{,}09 \rightarrow 1{,}75\frac{3}{\sqrt{n}} < 0{,}09 \rightarrow \sqrt{n} = \frac{1{,}75\cdot 3}{0{,}09} \rightarrow n = \left(\frac{1{,}75\cdot 3}{0{,}09}\right)^2 = 3402{,}78$$

Con las condiciones requeridas, se requiere un tamaño muestral de, al menos 3403 personas para estimar la asistencia anual al cine.

13) (EBAU 2016 Extraordinaria) La altura de los estudiantes de determinada ciudad sigue una distribución normal con desviación típica σ. Con una muestra aleatoria de 375 individuos se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza del 90 %, (169,3 cm, 170,7 cm)I, para la estatura media.

a) (1,5 puntos) Determinar la media muestral y la desviación típica.

b) (1,5 puntos) El peso de los estudiantes de la misma ciudad sigue una distribución normal con desviación típica 4. Con una muestra aleatoria de 375 jóvenes se ha obtenido un peso medio de 65,3 kg. Determinar el intervalo de confianza del 93 % para el peso medio.

Sea X la variable aleatoria que mide la altura de los estudiantes de determinada ciudad, donde X ~ N(μ, $\boldsymbol{\sigma}$).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 375 individuos
$\bar{x}$ = desconocida

Para una confianza del 90%, α = 0,1

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,95 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,05}$= 1,645

IC=(169,3 cm; 170,7 cm) → Como IC =$(\bar{x} - E; \bar{x} + E)$ tendremos:

$$\begin{cases} \bar{x} - E = 169,3 \\ \bar{x} + E = 170,7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{\bar{x} = 170\ cm} \\ E = 0,7 \end{cases}$$

El error viene definido por: E = $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → 0,7 = 1,645 $\frac{\sigma}{\sqrt{375}}$ → **$\boldsymbol{\sigma}$ = 8,24 cm**

b) Sea X la variable aleatoria que mide el peso de los estudiantes de la misma ciudad, donde X ~ N(μ, 4).

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 375 individuos
$\bar{x}$ = 65,3 kg

Para una confianza del 93%, α = 0,07

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,965 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,035}$= 1,81

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(65,3 - 1,81\frac{4}{\sqrt{375}}; 65,3 + 1,81\frac{4}{\sqrt{375}}\right) = (64,926; 65,674).$$

14) (EBAU Junio 2015) La edad de los simpatizantes de un partido político sigue una distribución normal con desviación típica de 4 años. Una muestra aleatoria de 450 simpatizantes ha dado como resultado una edad media de 42,6 años.

a) [1,5 PUNTOS] Obtener el intervalo de confianza del 93% para la edad media de los simpatizantes.

b) [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 97% sea de 0,4?

a) Sea X la variable aleatoria que mide la edad de los simpatizantes de un partido político donde X ~ N(μ; 4).

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 450 simpatizantes
$\bar{x}$ = 42,6 años

Para una confianza del 93%, α = 0,07

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,965 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,035}$= 1,81

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(42,6-1,81\frac{4}{\sqrt{450}}\,;\,42,6+1,81\frac{4}{\sqrt{450}}\right) = (42,259\,;\,42,941)$$

b) Para una confianza del 97%, α = 0,03

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,015}$= 2,17

E = $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ →E = 0,4 → 2,17$\frac{4}{\sqrt{n}} < 0,4$ → n = $\left(\frac{2,17\cdot 4}{0,4}\right)^2 \rightarrow n > 470,89$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra para que el error sea menor de 0,4 debe ser de **n= 471**

15) (EBAU 2015 Extraordinaria) Los gastos diarios de una familia española de clase media en una ciudad *A* siguen una distribución normal de media desconocida y desviación típica 10 euros. Para estimar el gasto medio se elige una muestra de 350 familias.

a) [1,5 puntos ¿Con qué nivel de confianza debe realizarse la estimación si el error cometido es de 1,45 euros?

b) [1,5 puntos] Se realiza la misma encuesta en otra ciudad, *B*. En este caso, los gastos diarios de una familia de clase media siguen una distribución normal con desviación típica 4,50 euros. Con una muestra aleatoria de 300 familias se ha obtenido un gasto medio de 53 euros. Obtener el intervalo de confianza del 94% para el gasto medio diario.

Sea X la variable aleatoria que mide los gastos diarios de una familia española de clase media en una ciudad A, donde X ~ N(μ, 10).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 350 familias
E = 1,45 €
$\bar{x}$ = desconocida

El error viene definido por: E = $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → 1,45 = $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{10}{\sqrt{350}}$ → $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ =2,71

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ → P(Z≤ 2,71) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,9966 → α = 0,0068

Nivel de confianza → NC = 1- α =1 - 0,0068 =0,9932 → El nivel de confianza será del 99,32%

b) Sea X la variable aleatoria que mide los gastos diarios de una familia española de clase media en una ciudad B, donde X ~ N(μ; 4,5).

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\propto/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 300 familias
$\bar{x}$ = 53€

Para una confianza del 94%, α = 0,06

P(Z≤ $Z_{\propto/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,97 → por lo tanto $Z_{\propto/2} = Z_{0,03}$= 1,88

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,94}(\mu) = \left(53 - 1{,}88\frac{4{,}5}{\sqrt{300}}\,;\,53 + 1{,}88\frac{4{,}5}{\sqrt{300}}\right) = (52{,}512\,;\,53{,}488)$$

16) (EBAU 2014 Junio) El tiempo diario que los estudiantes de bachillerato de Cantabria dedican al estudio en las dos semanas previas al inicio de los exámenes de Selectividad de la convocatoria de junio, sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica 15 minutos. Para estimar el tiempo medio se elige una muestra de 300 alumnos.

A. ¿Con qué nivel de confianza debe realizarse la estimación si el error cometido es de 1,88 minutos?

B. [1,5 PUNTOS] Con vistas a la convocatoria de septiembre del mismo año se realiza un análisis similar. El tiempo diario que los estudiantes destinan al estudio las dos semanas anteriores al inicio de los exámenes, sigue una distribución normal con desviación típica 11 minutos. Con una muestra aleatoria de 150 alumnos se ha obtenido un tiempo medio de 173 minutos. Obtén el intervalo de confianza del 93% para el tiempo medio de estudio.

Sea X la variable aleatoria que mide el tiempo diario que los estudiantes de bachillerato de Cantabria dedican al estudio en las semanas previas al inicio de los exámenes, donde X ~ N(μ, 15).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria: n = 300 alumnos, E = 1,88 minutos y $\bar{x}$ = desconocida

El error viene definido por: $E = Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \rightarrow 1{,}88 = Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{15}{\sqrt{300}} \rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}17$

$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2} \rightarrow P(Z \leq 2{,}17) = 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}985 \rightarrow \alpha = 0{,}03$

Nivel de confianza → NC = 1- α =1 - 0,03 =0,97 → El nivel de confianza será del 97%

b) Sea X la variable aleatoria que mide el tiempo diario que los estudiantes de bachillerato de Cantabria dedican al estudio en las semanas previas al inicio de los exámenes en septiembre, donde X ∼ N(μ; 11).

Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria: n = 150 alumnos y $\bar{x}$ = 173 minutos

Para una confianza del 93%, α = 0,07

$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 1-\frac{\alpha}{2} = 0{,}965 \rightarrow$ por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,035} = 1{,}81$

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,93}(\mu) = \left(173-1{,}81\frac{11}{\sqrt{150}}; 173+1{,}81\frac{11}{\sqrt{150}}\right) = (171{,}374; 174{,}626)$$

17) (EBAU 2014 Extraordinaria) La edad de los asistentes a un concierto homenaje a la música de los años 60 sigue una distribución normal con desviación típica de 5 años. Una muestra aleatoria de 250 espectadores ha dado como resultado una edad media de 56,3 años.

A. [1,5 PUNTOS] Obtén el intervalo de confianza del 98% para la edad media de los asistentes.

B. [1,5 PUNTOS] ¿Cuál es el tamaño mínimo que debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 97% sea un tercio del obtenido en el apartado anterior?

Sea X la variable aleatoria que mide la edad de los asistentes a un concierto homenaje a la música de los años 60, donde X ~ N(μ, 5).

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por IC=$\left(\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Tenemos una muestra aleatoria:

n = 250 espectadores
$\bar{x}$ = 56,3 años

Para una confianza del 98%, α = 0,02,

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,99 → por lo tanto $Z_{\alpha/2} = Z_{0,01}$= 2,33

Calculamos el intervalo de confianza:

$$IC_{0,98}(\mu) = \left(56,3 - 2,33\frac{5}{\sqrt{250}}; 56,3 + 2,33\frac{5}{\sqrt{250}}\right) = (55,563; 57,037).$$

b) Lo primero que tenemos que calcular el Error del apartado a)

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ → E = 2,33$\frac{5}{\sqrt{250}}$ → E= 0,737

Por lo tanto el error que nos piden en este apartado será: $\frac{E}{3} = 0,246$

Para una confianza del 97%, α = 0,03,

P(Z≤ $Z_{\alpha/2}$) = 1- $\frac{\alpha}{2}$ = 0,985 → por lo tanto $Z_{\alpha/2}$= $Z_{0,015}$= 2,17

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \to Z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0,246 \to n > \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\sigma}{0,246}\right)^2 \to n > \left(\frac{2,17\cdot 5}{0,246}\right)^2 \to n > 1945,31$

Por lo tanto el tamaño mínimo que debe tener la muestra debe ser de **n= 1946**

18) (EBAU Junio 2007) Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 individuos a los que se ha preguntado la cantidad de dinero que tienen en la cartera, obteniéndose una media muestral de 110 euros. Se sabe que la desviación típica de la población es de 20 euros.

A. Obtener un intervalo de confianza, al 90%, para la cantidad de dinero en la cartera de la población.

B. ¿Cuál es el error máximo cometido con la estimación anterior?

Si deseamos que el error cometido, con el mismo nivel de confianza, sea la décima parte del apartado anterior, ¿Cuál ha de ser el tamaño de la muestra?

Sea X la variable aleatoria que mide la cantidad de dinero que llevan dichos individuos en la cartera, donde X~N(110,20).

Sabemos que el intervalo de confianza, viene dado por $IC = (\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$, siendo σ la desviación típica poblacional, *n* el tamaño muestral y $Z_{\alpha/2}$ el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

En nuestro caso, para una confianza del 90%, α = 0,1, $Z_{\alpha/2}$ = 1,645, σ = 20 , $\bar{x} = 110$ y $n = 100$ tenemos el

$$\boxed{IC = \left(110 - 1{,}645\frac{20}{\sqrt{100}}; 110 - 1{,}645\frac{20}{\sqrt{100}}\right) = (106{,}71; 113{,}29)}.$$

Conocemos, además, que el error admitido *E*, viene dado por $E = Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

En nuestro caso $E = 1{,}645\frac{20}{\sqrt{100}} = 3{,}29$.

Si deseamos que el error cometido sea *E* = 0,329, y $n = (Z_{\alpha/2})^2\frac{\sigma^2}{E^2}$, se tendrá:

$$n = (1{,}645)^2\frac{20^2}{0{,}329^2} = 10000$$

Por tanto, el tamaño mínimo debe ser de 10 000 individuos.

19)(EBAU Junio 2008) El tiempo diario que los jóvenes pasan ante el televisor sigue una distribución normal con desviación típica de 20 minutos. Una muestra aleatoria de 100 chicos ha dado un tiempo medio de 170 minutos.

a) Obtener el intervalo de confianza del 90% para el tiempo medio que los jóvenes pasan ante el televisor.

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra si deseamos que el error cometido al estimar la media con un nivel de confianza del 99% no exceda de 0,5 minutos?

Sea X la variable aleatoria que mide el tiempo diario que los jóvenes pasan ante el televisor, donde $X \sim N(170, 20)$.

a) Sabemos que el intervalo de confianza viene dado por $IC = \left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

En nuestro caso, para una confianza del 90%, α = 0,1, $Z_{\alpha/2}$ = 1,645, tenemos el $IC = \left(170 - 1{,}645\frac{20}{\sqrt{100}}\,;\,170 - 1{,}645\frac{20}{\sqrt{100}}\right) = (166{,}71\,;\,173{,}29)$.

b) Sabemos que el error admitido, E, viene dado por $E = Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, siendo σ la desviación típica poblacional; n, el tamaño muestral, y $Z_{\alpha/2}$, el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza 1 – α.

Por tanto, $n = (Z_{\alpha/2})^2 \frac{\sigma^2}{E^2}$

En nuestro caso, para una confianza del 99%, α = 0,01, $Z_{\alpha/2}$ = 2,575, σ = 20 y E = 0,5, se tendrá:

$$n = (2{,}575)^2 \frac{20^2}{0{,}5^2} = 10\,609$$

Por tanto, el tamaño mínimo debe ser de 10 609.

20)(EBAU Septiembre 2008) Los gastos semanales en los hogares españoles siguen una distribución normal con desviación típica 30 euros. A partir de una muestra aleatoria de tamaño 25 se ha obtenido una media muestral de 175 euros.

a) Obtener el intervalo de confianza del 95 % para la media del gasto semanal.

b) ¿Qué tamaño mínimo debe tener la muestra que permita estimar la media con un nivel de confianza del 99%, con un error que sea la décima parte del obtenido en el apartado anterior?

a) El intervalo de confianza de la media poblacional, para las muestras de tamaño muestral n de media $\bar{x}$ y desviación típica σ es:

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

siendo $Z_{\alpha/2}$ el valor correspondiente en la tabla normal para una confianza de 1 – α.

Para $\bar{x}$ = 175, σ = 30, n = 25 y, para el 95% de confianza, $Z_{\alpha/2}$ = 1,96, el intervalo pedido es,

$$\left(175 - 1{,}96\cdot\frac{30}{\sqrt{25}};\ 175 + 1{,}96\cdot\frac{30}{\sqrt{25}}\right) = (175 - 11{,}76;\ 175 + 11{,}76) = (163{,}24;\ 186{,}76)$$

b) El error admitido E, viene dado por $E = Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Para un nivel de confianza del 99%, $Z_{\alpha/2}$ = 2,575, con σ = 30 y E < 1,176 (la décima parte de 11,76) se tendrá:

$$2{,}575\cdot\frac{30}{\sqrt{n}} < 1{,}176 \Rightarrow \sqrt{n} > 65{,}69 \Rightarrow n > 4315$$

Por tanto, el tamaño mínimo debe ser de 4316

21) En una población, una variable aleatoria sigue una ley normal de media desconocida y desviación típica 2. Observada una muestra de tamaño 400, tomada al azar, se ha obtenido una media muestral igual a 50. Con un nivel de confianza del 97%, ¿qué tamaño mínimo debe tener la muestra para que la amplitud del intervalo que se obtenga sea, como máximo, 1?

Si la amplitud del intervalo ha de ser como máximo 1, el error máximo admisible será 0,5.

Entonces: $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2{,}17 \cdot \frac{2}{\sqrt{n}} = 0{,}5 \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{2{,}17\cdot 2}{0{,}5} = 8{,}68 \Rightarrow n = 75{,}34$

Por tanto, el tamaño de la muestra ha de ser, como mínimo, 76.

21) (Junio 2011) Finalizado el curso, se ha realizado una encuesta entre los estudiantes del Grado de Economía recientemente implantado. Dicha encuesta tiene por objetivo medir la valoración (del 1 al 10) que los alumnos hacen del cumplimiento del Plan Bolonia en la Facultad.

La puntuación sigue una distribución normal con desviación típica 1,75.

Se extrae una muestra aleatoria y con nivel de confianza del 97% se determina un intervalo de confianza para la puntuación media, de amplitud 0,5425.

a) Determinar el tamaño de la muestra seleccionada.

b) Determinar el intervalo de confianza si la muestra tomada dio una puntuación media de 6,7.

a) El intervalo de confianza de la media poblacional, para las muestras de tamaño muestral n de media $\bar{x}$ y desviación típica σ, es:

$$\left(\bar{x} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \ \bar{x} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Por tanto, su amplitud es $2 \cdot Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

En este caso, σ = 1,75 y, para el 97% de confianza (1 − α/2 = 0,985), $Z_{\alpha/2}$ = 2,17, con lo que

$$2 \cdot 2{,}17\frac{1{,}75}{\sqrt{n}} = 0{,}5425 \Rightarrow \sqrt{n} = 14 \Rightarrow n = 196.$$

El tamaño de la muestra seleccionada fue de 196.

b) Si $\bar{x}$ = 6,7 el intervalo será:

$$\left(6{,}7 - 2{,}17 \cdot \frac{1{,}75}{\sqrt{196}},\ \ 6{,}7 + 2{,}17 \cdot \frac{1{,}75}{\sqrt{196}}\right) = (6{,}7 - 0{,}27125,\ \ 6{,}7 + 0{,}27125) = (6{,}42875,\ \ 6{,}97125)$$

22) Se sabe que una variable estadística se comporta como una $N(\mu, 10)$. Para estimar μ se extrae una muestra de tamaño 100, cuya media resulta ser igual a 37. Determina el tamaño de la muestra si se desea que el error cometido al estimar μ con un nivel de confianza del 99% no exceda de 0,2575.

Al nivel de confianza del 99% le corresponde un $z_{\frac{\alpha}{2}}$ = 2,575.

Entonces: $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2{,}575 \cdot \dfrac{10}{\sqrt{n}} = 0{,}2575 \Rightarrow \sqrt{n} = \dfrac{2{,}575 \cdot 10}{0{,}2575} = 100 \Rightarrow n = 10\,000$

Luego el tamaño de la muestra ha de ser, como mínimo, 10 000.

23) El peso medio de una muestra de 64 jóvenes de 18 años ha sido de 70 kg. Sabiendo que los pesos de los jóvenes de 18 años se distribuyen con una desviación típica de 12 kg, encuentra el intervalo de confianza para la media de los pesos de la población de jóvenes de 18 años, con un nivel de confianza del 95%.

Datos: $n = 64$; $\overline{x} = 70$ kg; $\sigma = 12$ kg; $1 - \alpha = 0{,}95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}96$

Sustituyendo en la expresión del intervalo de confianza para la media poblacional, $IC = \left(\overline{x} \mp z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$,

se obtiene:

$$IC = \left(70 - 1{,}96\frac{12}{\sqrt{64}},\ 70 + 1{,}96\frac{12}{\sqrt{64}}\right) = (67{,}06;\ 72{,}94)$$

Por tanto, la media de pesos de la población estará entre 67 y 73 kg, aproximadamente.

24) La vida media de una muestra tomada al azar de 121 bombillas es de 3000 horas, y la desviación típica, de 220 horas. Calcula el intervalo de confianza aproximado para la media poblacional para un nivel de confianza del 99%.

Datos: $n = 121$; $\overline{x} = 3000$ horas; $\sigma = 220$ horas; $1 - \alpha = 0{,}99 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}575$

$$IC = \left(3\ 000 - 2{,}575\frac{220}{\sqrt{121}};\ 3\ 000 + 2{,}575\frac{220}{\sqrt{121}}\right) = (2948{,}5;\ 3051{,}5)$$

Por tanto, la media de horas estará entre 2948,5 y 3051,5.

25) Se ha aplicado una prueba para medir el cociente intelectual a una muestra de 100 universitarios españoles elegida de forma aleatoria. Calculada la media de esta muestra se han obtenido 98 puntos. Sabiendo que las puntuaciones de la prueba siguen una distribución normal de desviación típica de 15:

a) Calcula, con una probabilidad del 98%, entre qué valores se encontrará la media de la población universitaria española.

b) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

a) Datos: $n = 100$; $\overline{x} = 98$ puntos; $\sigma = 15$ puntos; $1 - \alpha = 0{,}98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}33$

$$IC = \left(98 - 2{,}33\frac{15}{\sqrt{100}};\ 98 + 2{,}33\frac{15}{\sqrt{100}}\right) = (94{,}505;\ 101{,}495) \approx (94{,}5;\ 101{,}5)$$

b) Esto significa que el cociente intelectual de los universitarios españoles está entre 94,5 y 101,5, con una probabilidad del 98%.

26) Un experto en gestión de la calidad quiere estudiar el tiempo promedio que se necesita para hacer tres perforaciones en una pieza metálica. Se calcula el tiempo promedio de una muestra aleatoria de 36 trabajadores, resultando 2,6 segundos. Suponiendo que el tiempo de perforación se distribuye según una normal con desviación típica de 0,3 segundos:

a) Encuentra un intervalo de confianza del 99,4% para dicho tiempo promedio de perforación.

b) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

a) Datos: $n = 36$; $\bar{x} = 2,6$ segundos; $\sigma = 0,3$ segundos; $1 - \alpha = 0,994 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,75$

$$IC = \left(2,6 - 2,75\frac{0,3}{\sqrt{36}};\ 2,6 + 2,75\frac{0,3}{\sqrt{36}}\right) = (2,4625;\ 2,7375)$$

b) Esto significa que el tiempo promedio del 94% de las muestras de tamaño 36 estará entre 2,4625 y 2,7375 segundos.

27) La duración de la batería de cierto modelo de teléfono móvil se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 5 meses. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 baterías y se obtienen las siguientes duraciones (en meses): 33, 34, 26, 37, 30, 39, 26, 31, 36, 19

Halla un intervalo de confianza al 95% para la duración media de ese modelo de batería.

Datos: $n = 10$; $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{10} = 31,1$ meses; $\sigma = 5$ meses; $1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$

$$IC = \left(31,1 - 1,96\frac{5}{\sqrt{10}},\ 31,1 + 1,96\frac{5}{\sqrt{10}}\right) = (28;\ 34,2)$$

Por tanto, la duración media para esta muestra estará entre 28 y 34,2 meses.

28) Se desea hacer un estudio de mercado para conocer el precio medio de los libros de texto. Para ello se elige una muestra aleatoria de 121 libros de texto, encontrando que tienen un precio medio de 23 euros. Si se sabe que los precios de los libros de texto siguen una distribución normal con desviación típica de 5 euros:

a) Encuentra un intervalo de confianza al 98,8% para el precio medio de los libros de texto.

b) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

a) Datos: $n = 121$; $\bar{x} = 23$ €; $\sigma = 5$ €; $1 - \alpha = 0,988 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,51$

$$IC = \left(23 - 2,51\frac{5}{\sqrt{121}};\ 23 + 2,51\frac{5}{\sqrt{121}}\right) = (21,86;\ 24,14)$$

b) Esto significa que el precio promedio del 98,8% de las muestras de tamaño 121 libros estará entre 21,86 y 24,14 euros.

29) Un estudio realizado sobre 144 usuarios de automóviles revela que la media anual de kilómetros recorridos es de 18 000. Si el número de km recorridos anualmente sigue una distribución normal con desviación típica de 2000 km:

a) Calcula, con una probabilidad del 97%, entre qué valores estará la media del número de km recorridos anualmente por la población total de usuarios de automóviles.

b) Interpreta el significado del intervalo obtenido.

a) Datos: $n = 144$; $\overline{x} = 18\ 000$ km; $\sigma = 2000$ km; $1 - \alpha = 0,97 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,17$

$$IC = \left(18\ 000 - 2,17\frac{2\ 000}{\sqrt{144}};\ 18\ 000 + 2,17\frac{2\ 000}{\sqrt{144}}\right) = (17\ 638,3;\ 18\ 361,7)$$

b) Esto significa que la media de km recorridos por la población de usuarios de esos coches estará entre 17 638,3 y 18 361,7 km, con una probabilidad de 0,97.

30) La cantidad de café depositada en cada bolsa por una máquina envasadora sigue una distribución normal con media μ = 1040 gramos y desviación típica 50 gramos.

a) Calcula el tanto por ciento de paquetes que contienen más de un kilo.
b) Calcula α sabiendo que el 97,5% de los paquetes contienen menos de α gramos.
c) Calcula el tanto por ciento de paquetes cuyo contenido tiene un peso comprendido entre 950 y 1050 gramos.

La variable X = "cantidad de café en una bolsa" sigue una distribución $N(1040, 50)$.

a) $P(X \geq 1000) = P\left(Z \geq \frac{1000-1040}{50}\right) = P(Z \geq -0,8) = P(Z \leq 0,8) = 0,7881$. El porcentaje es del 78,81%.

b) $P(X \leq \alpha) = 0,975 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{\alpha - 1040}{50}\right) = 0,975 \Rightarrow \frac{\alpha - 1040}{50} = 1,96 \Rightarrow \alpha = 1138$ g

c) $P(950 \leq X \leq 1050) = P\left(\frac{950-1040}{50} \leq Z \leq \frac{1050-1040}{50}\right) = P(-1,8 \leq Z \leq 0,2) = P(Z \leq 0,2) - P(Z \leq -1,8) =$

$= P(Z \leq 0,2) - 1 + P(Z \leq 1,8) = 0,5793 - 1 + 0,9641 = 0,5434$

El porcentaje es del 54,34%.