Realización de ejercicios de Probabilidad mediante Diagrama de árbol

1) (EBAU Junio 2022) En una cierta ciudad el 35 % del censo vota al partido A, el 45 % al partido B y el 20 % restante se abstiene. Se sabe, además, que el 20 % de los votantes del partido A, el 30 % de los del partido B y el 15 % de los que se abstienen son mayores de 60 años. Si se escoge al azar un ciudadano censado:

A. [0,5 PUNTOS) ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido B y tenga como máximo 60 años?

B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que vote al partido A y sea mayor de 60 años?

C.[0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea mayor de 60 años?

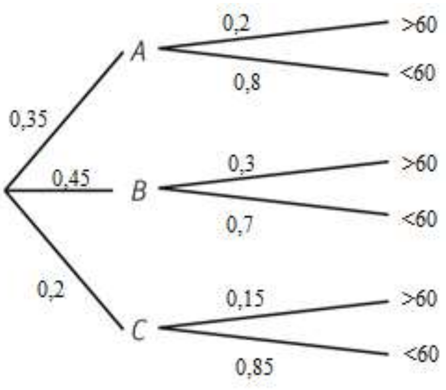
D. (0,75 PUNTOS] Si es mayor de 60 años, ¿cuál es la probabilidad de que se haya abstenido en las elecciones?

Se designan por:

A = “ votan al partido A “ B = “ votan al partido B “ C = “ Se abstienen “

>60 = “Mayores de 60 años” <60 = “Menores de 60 años”

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una probabilidad Compuesta: P($B \cap < 60$) = P(B)·P(<60/B)= 0,45· 0,7= 0,315 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 31,5%

b) Se trata de una probabilidad Compuesta: P($A \cap > 60$) = P(A)·P(>60/A)= 0,35· 0,2= 0,07 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 7%

c) Se trata de una probabilidad total:
P(>60) = P(A)·P(>60/A)+ P(B)·P(>60/B)+ P(C)·P(>60/C) = 0,35·0,2 + 0,45·0,3 + 0,2·0,15 = 0,235

d) Se trata de una Probabilidad Condicionada
Aplicamos el Teorema de Bayes → P (C/>60) = $\frac{P(C\cap>60)}{P(>60)} = \frac{\frac{3}{100}}{\frac{47}{200}} =$ 0,1277 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 12,77%

2) (EBAU 2022 Septiembre) El 65 % de los clientes de un cierto supermercado compra leche de origen animal, el 25 % compra leche de origen vegetal y el 10 % restante no compra leche de ningún tipo. Además, el 20 % de los que compran leche de origen animal, el 70 % de los que compran leche de origen vegetal y el 10 % de los que no compran leche de ningún tipo compran también galletas de soja. Si se escoge al azar un cliente del supermercado:

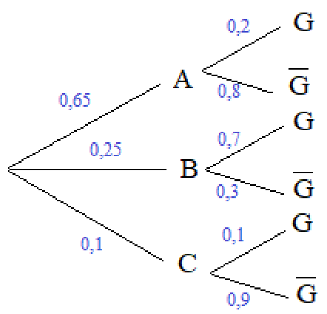
- **A. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que compre leche de origen animal y galletas de soja?**
- **B. [0,5 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que compre leche de origen vegetal y no compre galletas de soja?**
- **C. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que compre galletas de soja?**
- **D. [0,75 PUNTOS] Si no compra galletas de soja, ¿cuál es la probabilidad de que compre leche de origen vegetal?**

Se designan por:

A = “compra leche de origen animal” B = “compra leche de origen vegetal “ C = “no compra leche”

G = “compran galletas de soja ” $\overline{G}$ = “No compran galletas de soja”

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una probabilidad Compuesta:
$P(A \cap G) = P(A) \cdot P(G/A) = 0{,}65 \cdot 0{,}2 = 0{,}13$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 13%

b) Se trata de una probabilidad Compuesta:
$P(B \cap \bar{G}) = P(B) \cdot P(\bar{G}/B) = 0{,}25 \cdot 0{,}3 = 0{,}075$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 7,5%

c) Se trata de una Probabilidad Total
$P(G) = P(A) \cdot P(G/A) + P(B) \cdot P(G/B) + P(C) \cdot P(G/C) = 0{,}65 \cdot 0{,}2 + 0{,}25 \cdot 0{,}7 + 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}315$
$P(\overline{G}) = 1 - P(G) = 1 - 0{,}315 = 0{,}685$

d) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el Teorema de Bayes → $P(B/\overline{G}) = \frac{P(B \cap \overline{G})}{P(\overline{G})} = \frac{0{,}25 \cdot 0{,}3}{0{,}685} = 0{,}1095$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 10,95%

3) (EBAU 2021 Septiembre) El 23% de los habitantes de una localidad son menores de 25 años. El 31% tienen una edad comprendida entre los 26 y 60 años. El ayuntamiento ha recibido la petición de instalación de un parque eólico en unos terrenos municipales. Entre la población más joven, el 68% es partidario de la instalación; entre los habitantes entre 26 y 60 años, lo es el 53%; y entre los mayores de 60 años, el 42%.

Seleccionamos un habitante al azar:

A. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que sea favorable a la instalación del parque eólico?

B. [0,75 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que no sea favorable y mayor de 60 años?

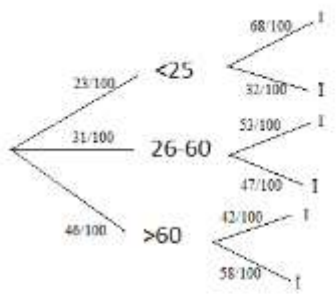
C. [1 PUNTO] Si no es favorable, ¿cuál es la probabilidad de que sea menor de 25 años?

Se designan por:

<25 = "Menores de 25 años"   26-60= "Edades entre 26 y 60 años"   >60 = "Mayores de 60 años"

I= "Favorable a la Instalación"   Ī= "Desfavorable a la Instalación"

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una Probabilidad Total

P(I) = P(<25)·P(I/<25)+ P(26-30)·P(I/26-30)+ P(I)·P(> 60/I) = 0,23·0,68 + 0,31·0,53 + 0,46·0,42 = 0,5139

El porcentaje será del 51,39 %

La probabilidad de que sea desfavorable: P($\bar{I}$) = 1 – P(I) = 1- 0,5139 = 0,4861

b) Se trata de una Probabilidad Compuesta

P(>60∩ $\bar{I}$) = P(>60)·P($\bar{I}$/>60) = 0,46·0,58 = 0,2668

El Porcentaje será del 26,68%

c) Se trata de una Probabilidad Condicionada: Aplicamos el Teorema de Bayes

$$P(<25/\bar{I})=\frac{P(<25\cap\bar{I})}{P(\bar{I})}=\frac{P(<25)\cdot P(\bar{I}/<25)}{P(\bar{I})}=\frac{0,23\cdot 0,32}{0,4861}=0,1514$$ → El porcentaje será del 15,14%

4) (EBAU 2020 Junio) Una empresa juguetera lanza al mercado un nuevo modelo de balón de playa, que fabrica en tres plantas, A, B y C, de las que salen respectivamente el 45 %, 21 % y el 34 % de la producción total. Se ha detectado un fallo en la máquina utilizada en cada planta para aplicar los colores. De hecho, sale defectuoso el 1 % de los balones procedentes de la planta A, el 3 % de los provenientes de la B, y el 2 % de los de la C.

Seleccionamos un balón al azar de entre todos los que han salido de las tres plantas:

A. [1,25 PUNTOS] ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso y haya pasado por la máquina de la planta A?

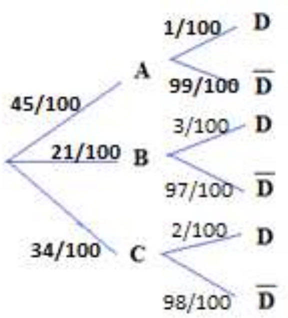
B. [1,25 PUNTOS] Si no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina de la planta B?

Se designan por:

A = “Balones fabricados por la planta A” B= “Balones fabricados por la planta B”
C = “Balones fabricados por la planta C”

D= “Balones Defectuosos” $\overline{D}$= “Balones No defectuosos”

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una probabilidad Compuesta $P(A\cap \overline{D}) = P(A)\cdot P\left(\frac{\overline{D}}{A}\right)= \frac{45}{100}\cdot\frac{99}{100} = \frac{891}{2000} = 0{,}4455$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 44,55%

b) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el Teorema de Bayes → $P(B/\overline{D}) = \frac{P(B\cap\overline{D})}{P(\overline{D})} = \frac{\frac{21}{100}\cdot\frac{97}{100}}{\frac{45}{100}\frac{99}{100}+\frac{21}{100}\frac{97}{100}+\frac{34}{100}\frac{98}{100}} = \frac{\frac{2037}{10000}}{\frac{614}{625}} = \frac{2037}{9824} = 0{,}2073$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 20,73%

5) (EBAU 2018 Junio) Una fábrica de botones cuenta con tres máquinas, A, B y C, por las que pasan respectivamente el 45%, el 23% y el 32% de la producción total. El 2% de los botones que pasan por la máquina A salen defectuosos, en el caso de la B es el 1%, y en el de la C el 3%. Seleccionamos un botón al azar de entre todos los que han salido de la fábrica:

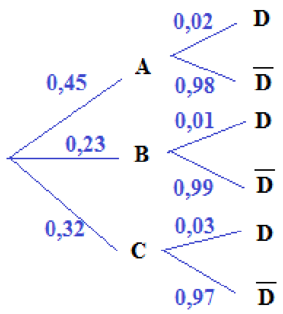
A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?
B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y haya pasado por la máquina B?
C. [1 PUNTO] Si es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya salido de la máquina C?

Se designan:

A = "Botones fabricados por la máquina A"   B= "Botones fabricados por la máquina B"
C = "Botones fabricados por la máquina C"

D=" Botones Defectuosos" $\overline{D}$=" Botones no Defectuosos

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a)Se trata de una <u>Probabilidad Total</u>

$P(\overline{D}) = P(A)\cdot P(\overline{D}/A) + P(B)\cdot P(\overline{D}/B) + P(C)\cdot P(\overline{D}/C) =$

$= 0,45\cdot 0,98 + 0,23\cdot 0,99 + 0,32\cdot 0,97 = 0,9791$

El porcentaje será del 97,91 %

La probabilidad de que sea defectuoso: $P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - 0,9791 = 0,0209$

b) Se trata de una <u>Probabilidad Compuesta</u>

$P(B\cap D) = P(B)\cdot P(D/B) = 0,23\cdot 0,01 = 0,0023$

El Porcentaje será del 0,23%

c) Se trata de una <u>Probabilidad Condicionada</u>

Aplicamos el Teorema de Bayes

$P(C/D) = \frac{P(C\cap D)}{P(D)} = \frac{P(C)\cdot P(D/C)}{P(D)} = \frac{0,32\cdot 0,03}{0,0209} = 0,4593$

El porcentaje será del 45,93%

6) (EBAU 2017 Septiembre) El último curso 2016/2017, el 45 % de los alumnos de nuevo ingreso en el Grado de Economía es de Santander, el 40 % proviene de otras localidades de Cantabria y el 15 % restante viene de fuera de la región. De los alumnos de nuevo ingreso procedentes de Santander, superaron la Selectividad en junio de 2016 el 70 %; de los procedentes de otras localidades de Cantabria, el 75 %, y de los provenientes de fuera de Cantabria, el 73 %. Si elegimos un alumno de nuevo ingreso al azar,

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Santander y haya superado la Selectividad en junio de 2016?
b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que haya superado la Selectividad en junio de 2016?
c) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que sea de Cantabria pero de fuera de la capital, sabiendo que no superó la selectividad en junio de 2016?

Se designan:

S=" Estudiantes procedentes de Santander"

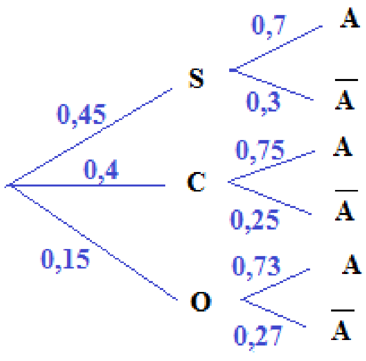
C=" Estudiantes que vienen de otras localidades de Cantabria"

O="Estudiantes que vienen de fuera de la región"

A= " Aprueban la selectividad"

$\bar{A}$=" Suspenden la selectividad"

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una Probabilidad Compuesta

P(S∩ A) = P(S)·P(A/S) = 0,45·0,7 = 0,315

El Porcentaje será del 31,5%

b) Se trata de una Probabilidad Total

P(A) = P(S)·P(A/S)+ P(C)·P(A/C)+ P(O)·P(A/O)

P(A) = 0,45·0,7+0,4·0,75+0,15·0,73 = 0,7245

El Porcentaje será del 72,45%

P($\bar{A}$) = 1 –P(A) = 1 -0,7245 = 0,2755

c) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el Teorema de Bayes

$P(C/\bar{A}) = \frac{P(C\cap\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(C)\cdot P(\bar{A}/C)}{P(\bar{A})} = \frac{0,4\cdot 0,25}{0,2755} = 0,363$ → El porcentaje será del 36,3%

7) (EBAU 2016 Septiembre) El finalista de un concurso televisivo debe realizar la siguiente prueba para llevarse el premio. Hay tres urnas A, B y C. La urna A contiene 3 bolas rojas y 5 azules; la urna B, 4 rojas y 7 azules; la urna C, 2 bolas rojas y 6 azules. Debe escoger una urna al azar y de ella extraer una bola. Si es roja, gana el premio.

a) (1 punto) ¿Qué probabilidad tiene de ganar el premio?

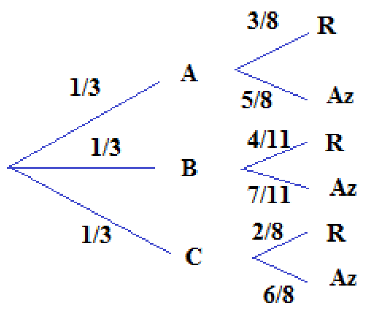
b) (1 punto) Si ha ganado el premio, ¿cuál es la probabilidad de haberlo conseguido con la urna B?

c) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que la urna escogida sea la A y no consiga el premio?

Designamos los siguientes sucesos:

A=" Urna A "   B=" Urna B"   C=" Urna C"   R = " Bolas Rojas"   Az=" Bolas Azules"

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una <u>Probabilidad Total</u>

P(R)= P(A)·P(R/A) + P(B)·P(R/B) + P(C)·P(R/C)

$P(R)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8}+\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{11}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{8}=\frac{1}{8}+\frac{4}{33}+\frac{1}{12}=\frac{29}{88}\approx 0{,}3295$

El porcentaje será del 32,95%

b) Se trata de una <u>Probabilidad Condicionada</u>

$P(B/R)=\frac{P(B\cap R)}{P(R)}=\frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{11}}{\frac{29}{88}}=\frac{352}{957}\approx 0{,}3678$ → El porcentaje será del 36,78%

c) Se trata de una <u>Probabilidad Compuesta</u>

$P(A\cap Az)=P(A)\cdot P(Az/A)=\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{8}=\frac{5}{24}\approx 0{,}208\hat{3}$ → El porcentaje será del 20,83%

8) (EBAU Junio 2015) Una empresa ha comercializado un determinado artículo. Cuenta con un departamento de revisión por el que han pasado todos los artículos antes de su salida al mercado. Los operarios A, B y C se encargaron de examinar respectivamente el 40%, el 35% y el 25% del total de artículos que pasaron por el departamento. El operario A ha dejado escapar errores en un 1% de las unidades revisadas; el operario B en un 3% y el C en un 2%.

a) [1 PUNTO] Calcular la probabilidad de que escogido un artículo al azar de entre todos los que ya han salido a la venta, este tenga errores en su acabado.

b) [1 PUNTO] Calcular la probabilidad de que un artículo que ya ha salido al mercado, no tenga ningún error y haya sido revisado por el operario A.

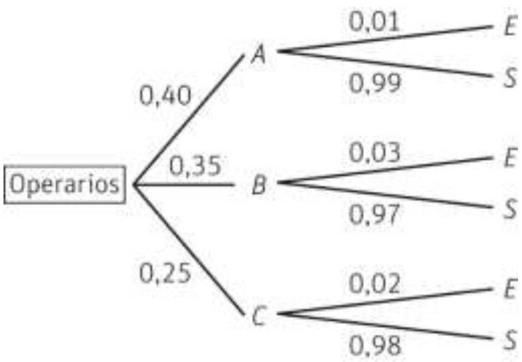
c) [1 PUNTO] Si un artículo destinado ya a la venta tiene todavía algún error en su acabado, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya revisado el operario C?

Designamos los siguientes sucesos:

A=" Operarios A"   B=" Operarios B"   C=" Operarios C"

E = " Artículo con errores"   S=" Artículo sin errores"

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Por el Teorema de la Probabilidad Total:

P(E) = P(A) · P(E/A) + P(B) · P(E/B) + P(C) · P(E/C) =

= 0,40 · 0,01 + 0,35 · 0,03 + 0,25 · 0,02 = 0,0195

b) Por la probabilidad de la intersección:

$$P(A \cap S) = P(A) \cdot P(S/A) = 0{,}40 \cdot 0{,}99 = 0{,}396$$

c) Por el Teorema de Bayes:

$$P(C/E) = \frac{P(C) \cdot P(E/C)}{P(E)} = \frac{0{,}25 \cdot 0{,}02}{0{,}019\,5} = \frac{0{,}005}{0{,}019\,5} = \frac{50}{195} \approx 0{,}256$$

9) (EBAU 2015 septiembre) En una determinada población se han organizado tres asociaciones de vecinos, correspondientes a los tres principales barrios del pueblo. De todos los vecinos pertenecientes a alguna de ellas, el 35% pertenece a la asociación *A*, el 40% a la *B* y el 25% a la *C*. Entre los socios de la *A*, sólo el 10% está satisfecho con la labor realizada por su asociación en el último año. En el caso de la *B*, el porcentaje de socios satisfechos es del 60% y en la *C* es del 45%.

- **a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un ciudadano elegido al azar de entre todos los pertenecientes a alguna de las tres asociaciones, sea socio de la *A* y esté satisfecho con la labor realizada el último año?**
- **b) [1 punto] Si uno de los vecinos perteneciente a alguna agrupación está insatisfecho con ella, ¿cuál es la probabilidad de que pertenezca a la *B*?**
- **c) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un ciudadano elegido al azar de entre todos los pertenecientes a alguna de las tres asociaciones, esté insatisfecho con la labor realizada el último año?**

Designamos los siguientes sucesos:

A=" Asociación A"

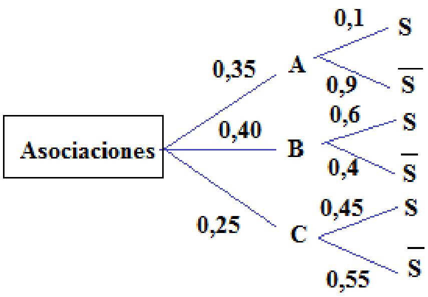
B="Asociación B"

C="Asociación C"

S=" Están satisfechos"

$\bar{S}$=" No están satisfechos"

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una Probabilidad Compuesta (Intersección)

P(A∩S) = P(A)·P(S/A) = 0,35·0,1 = 0,035

El porcentaje será del 3,5%

b) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el teorema de Bayes

$$P(B/\bar{S}) = \frac{P(B\cap\bar{S})}{P(\bar{S})} = \frac{P(B)\cdot P(\bar{S}/B)}{P(A)\cdot P(\bar{S}/A)+P(B)\cdot P(\bar{S}/B)+P(C)\cdot P(\bar{S}/C)} = \frac{0{,}4\cdot 0{,}4}{0{,}35\cdot 0{,}9+0{,}4\cdot 0{,}4+0{,}25\cdot 0{,}55} = 0{,}2612$$

El porcentaje será del 26,12%

c) Se trata de una Probabilidad Total:

$P(\bar{S}) = P(A)\cdot P(\bar{S}/A) + P(B)\cdot P(\bar{S}/B) + P(C)\cdot P(\bar{S}/C)$ = 0,35·0,9+0,4·0,4+0,25·0,55 = 0,6125

El porcentaje será del 61,25%

10) (EBAU 2014 Septiembre) Ana no tiene claro con quién salir el próximo sábado, si con sus amigos del instituto o con las compañeras del equipo de baloncesto. En el primer caso, la probabilidad que tiene de ir al cine es de un 75% y la de ir a cenar de un 25%. Con el segundo grupo, la probabilidad que tiene de ir al cine es de un 40% y la de salir a cenar de un 60%. Decide echarlo a cara o cruz. Si sale cara, saldrá con el grupo del instituto, y si sale cruz, con sus compañeras de entrenamiento.

- **A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad que Ana tiene de salir a cenar?**
- **B. [1 PUNTO] Si al final ha ido al cine, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho con sus compañeras de equipo?**
- **C. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad que Ana tiene de salir con sus amigos del instituto e ir a cenar?**

Se designan:

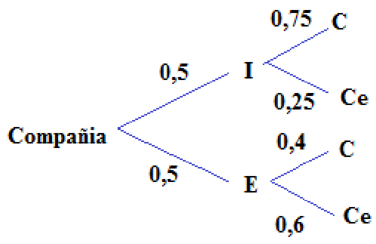
I=" Salir con los amigos del Instituto" "Que salga Cara"

E=" Salir con su Equipo de Baloncesto" "Que salga Cruz"

C="Ir al Cine"

Ce= " Ir a Cenar"

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) Se trata de una Probabilidad Total

P(Ce) = P(I)·P(Ce/I)+ P(E)·P(Ce/E)

P(Ce) = 0,5·0,25 + 0,5·0,6 = 0,425

El Porcentaje será del 42,5%

P(C) = 1 –P(Ce) = 1 – 0,425 = 0,575

b) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el Teorema de Bayes

$$P(E/C)=\frac{P(E\cap C)}{P(C)}=\frac{P(E)\cdot P(C/E)}{P(C)}=\frac{0{,}5\cdot 0{,}4}{0{,}575}=0{,}3478$$

El porcentaje será del 34,78%

c) Se trata de una Probabilidad Compuesta

P(I∩ Ce) = P(I)·P(Ce/I) = 0,5·0,25 = 0,125

El Porcentaje será del 12,5%

11) (EBAU Junio 2012) Una empresa dedicada a la elaboración de galletas cuenta con tres máquinas de envasado. La máquina *A* envasa el 45 % del total de cajas que salen al mercado; la máquina *B*, el 35 % de las cajas; la *C*, el 20 %. El 1 % de las cajas de galletas envasadas en la máquina *A* tiene un defecto de impresión en el envase. En el caso de la máquina *B*, se trata del 2 %. En la *C*, es del 3 %.

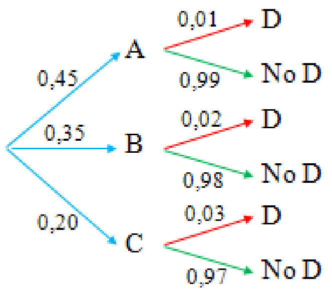
A. Calcular la probabilidad de que comprada una caja de galletas, esta tenga un defecto de impresión en el envasado.

B. Calcular la probabilidad de que una caja proceda se la máquina A y tenga un defecto en el envasado.

C. Si la caja de galletas que hemos comprado no tiene ningún error en el envase, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina C?

A. En el siguiente diagrama de árbol se resume la información del problema. En él se indican los sucesos:

- A, B y C indican los sucesos “la caja de galletas ha sido elaborada en la máquina A, B o C”.
- D, indican el suceso tener defecto en el etiquetado; No D, lo contrario.



Por la probabilidad total:

P(D) = P(A) · P(D/A) + P(B) · P(D/B) + P(C) · P(D/C) = 0,45 · 0,01 + 0,35 · 0,02 + 0,20 · 0,03 = 0,0175

B. La probabilidad de que una caja proceda de A y tenga un defecto en el envasado es P(A ∩ D).

Su valor es:

P(A ∩ D) = P(A) · P(D/A) = 0,45 · 0,01 = 0,0045

C. La probabilidad de que una caja no tenga defecto en el etiquetado es:

P(No D) = 1 – 0,0175 = 0,9825.

Por el teorema de Bayes:

$$P(C\,/\,No\ D) = \frac{P(C)\cdot P(No\ D\,/\,C)}{P(No\ D)} = \frac{0,20\cdot 0,97}{0,9825} = \frac{1940}{9825}\ ;\ \ 0,197$$

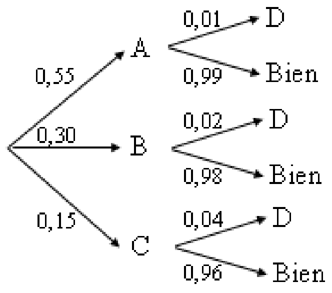
12) (EBAU Junio 2010) En una empresa dedicada a la fabricación de teléfonos móviles, tres máquinas *A*, *B* y *C*, finalizan el proceso de producción con la colocación de las carcasas. La máquina *A* gestiona el 55% de la producción total de la fábrica; la máquina *B*, el 30%; la *C*, el 15%. El 1% de los móviles que han pasado por la máquina *A* tienen algún defecto en su carcasa. En el caso de la máquina *B*, se trata del 2%. En la *C*, es del 4%.

a) Calcular la probabilidad de que escogido un móvil al azar, éste no tenga defectos en su carcasa.

b) Calcular la probabilidad de que un móvil tenga la carcasa defectuosa y proceda de la máquina C.

c) Se escoge al azar un móvil con deficiencias en su carcasa. ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber colocado esa pieza?

Con los datos del problema se construye el siguiente diagrama de árbol, donde D designa el suceso "carcasa defectuosa".



a) P(carcasa sin defectos) = P(A) · P(Bien/A) + P(B) · P(Bien/B) + P(C) · P(Bien/C) =

= 0,55 · 0,99 + 0,30 · 0,98 + 0,15 · 0,96 = 0,9825

Luego, P(D) = 1 − P(Bien) = 1 − 0,9825 = 0,0175

b) P(D ∩ C) = P(C) · P(D/C) = 0,15 · 0,04 = 0,006

c)

$$P(A/D)=\frac{P(A)\cdot P(D/A)}{P(D)}=\frac{0{,}55\cdot 0{,}01}{0{,}0175}=\frac{0{,}0055}{0{,}0175}=\frac{55}{175}=\frac{11}{35}$$

$$P(B/D)=\frac{P(B)\cdot P(D/B)}{P(D)}=\frac{0{,}30\cdot 0{,}02}{0{,}0175}=\frac{12}{35}$$

$$P(C/D)=\frac{P(C)\cdot P(D/C)}{P(D)}=\frac{0{,}15\cdot 0{,}04}{0{,}0175}=\frac{12}{35}$$

Las máquinas B y C, ambas por igual, tienen la mayor probabilidad de haber colocado la carcasa defectuosa.

13) **(Junio 2009) Juan planea un viaje para el último fin de semana de junio, eligiendo al azar una de las tres ciudades turísticas que tiene pensado conocer durante el verano. Sin embargo, se pronostica tiempo lluvioso durante esos días. En concreto, las probabilidades de lluvia durante ese fin de semana son de 3/5, 2/7 y 1/4 en las ciudades A, B y C, respectivamente.**

a) ¿Cuál es la probabilidad de que no llueva durante su vista?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la ciudad escogida sea B y no llueva durante su visita?

c) Juan ha sufrido un fin de semana pasado por agua, ¿cuál es la probabilidad de que haya ido a la ciudad C?

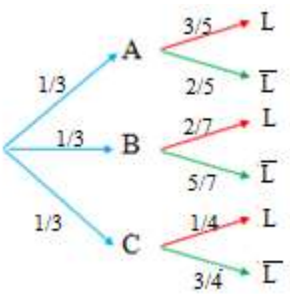
Si se designa por L el suceso llover y por $\bar{L}$ su contario (no llover), se tienen las siguientes probabilidades:

P(Elegir A) = P(A) = $\frac{1}{3}$; P(llueva en A) = P(L/A) =$\frac{3}{5}$; P($\bar{L}$/A) = $\frac{2}{5}$

P(Elegir B) = P(B) = $\frac{1}{3}$; P(llueva en B) = P(L/B) = $\frac{2}{7}$; P($\bar{L}$/B) = $\frac{5}{7}$

P(Elegir C) = P(C) = $\frac{1}{3}$; P(llueva en C) = P(L/C) = $\frac{1}{4}$; P($\bar{L}$/C) = $\frac{3}{4}$

Con los datos del problema se construye el siguiente diagrama de árbol:



a) Por la probabilidad total:

P(Llueva) = P(L) = P(A ∩ L) + P(B ∩ L) + P(C ∩ L) =

P(Llueva = P(A) · P(L/A) + P(B) · P(L/B) + P(C) · P(L/C) = $\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} = \frac{53}{140}$ = 0,3786

Por tanto, P($\bar{L}$) = 1 – P(L) = 1- $\frac{53}{140} = \frac{87}{140}$

b) P(B ∩ $\bar{L}$) = $\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{7} = \frac{5}{21}$ = 0,2381

c) P(si llovió haya ido a C) = P(C/L) = $\frac{P(C\cap L)}{P(L)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}}{\frac{53}{40}} = \frac{35}{159} =$ 0,2201

14) **(EBAU Junio 2008) Una empresa de electrodomésticos cuenta con cuatro fábricas, *A*, *B*, *C* y *D*, en las que se producen neveras. La fábrica *A* produce el 30% del total de neveras; la fábrica *B*, el 20%; la *C*, el 40%, y la *D*, el 10%. El porcentaje de neveras defectuosas en cada fábrica es del 2% en *A*, del 5% en *B*, del 4% en *C* y del 1% en *D*.**

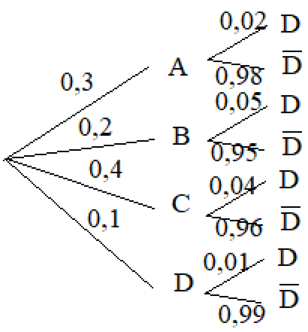
Calcular:

a) La probabilidad de que escogida una nevera al azar, esta sea defectuosa.

b) La probabilidad de que una nevera sea defectuosa y proceda de la fábrica B.

c) Si una nevera es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la fábrica D?

Realizamos el diagrama de árbol.



Como sabemos: (la probabilidad) = (el porcentaje) : 100.

Con esto:

a) Si llamamos d al suceso ser defectuosa, tendremos:

P(d) = P(A) · P(d/A) + P(B) · P(d/B) + P(C) · P(d/C) + P(D) · P(d/C) =

= 0,30 · 0,02 + 0,20 · 0,05 + 0,40 · 0,04 + 0,10 · 0,01 = 0,028

Por tanto, la probabilidad de que una nevera escogida al azar sea defectuosa es de 0,028 (2,8%).

b) P(sea defectuosa y proceda de la fábrica B) = P(B∩ D) $=$ P(B) · P(D/B) = 0,20 · 0,05 = 0,001

d) $P(D/D) = \frac{P(D \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D \cap D)}{1 - P(\overline{D})} = \frac{0,1 \cdot 0,01}{0,028} = 0,0357$

15) **(EBAU Septiembre 2008) Una firma de perfumería cuenta con tres cadenas de producción, *A*, *B* y *C*, en las que se envasa su nueva fragancia. La cadena *A* envasa el 20% del total de perfumes que salen a la venta; la cadena *B*, el 50%; la *C*, el 30%. La probabilidad de que un envase sea defectuoso es de 1/3 en *A*; 1/6 en *B* y de 1/4 en *C*. Calcular:**

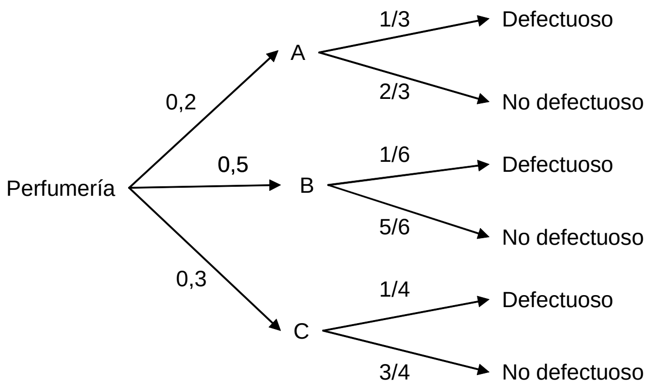
a) La probabilidad de que escogido un envase al azar, este no sea defectuoso.

b) La probabilidad de que un envase no sea defectuoso y proceda de la cadena *B*.

c) Si un envase es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la cadena *C*?

Llamaremos "D" al suceso ser defectuosa y $\overline{D}$ al suceso no ser defectuoso

El diagrama de árbol asociado al problema es:



a) $P(\overline{D}) = P(A)\cdot P(\overline{D}/A) + P(B)\cdot P(\overline{D}/B) + P(C)\cdot P(\overline{D}/C) = 0{,}2\cdot\frac{2}{3} + 0{,}5\cdot\frac{5}{6} + 0{,}3\cdot\frac{3}{4} = 0{,}775$

b) $P(\overline{D}\cap B) = P(B)\cdot P(\overline{D}/B) = 0{,}5\cdot\frac{5}{6} = 0{,}416$

c) $P(C/D) = \frac{P(C\cap D)}{P(D)} = \frac{P(C\cap D)}{1-P(\overline{D})} = \frac{0{,}3\cdot 1/4}{0{,}225} = 0,\hat{3}$

16)(EBAU Junio 2006) Una fábrica tiene tres cadenas de producción, A, B y C. La cadena A fabrica el 50% del total de los coches producidos; la B, el 30%; y la C, el resto. La probabilidad de que un coche resulte defectuoso es: en la cadena A, 1/2; en la B, 1/4; y en la C, 1/6. Calcule razonadamente:

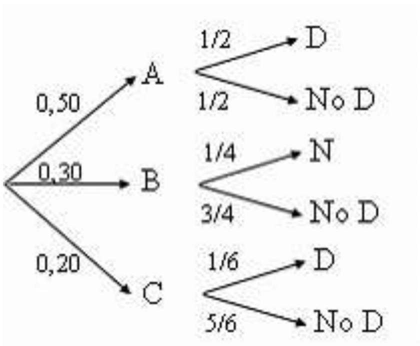
a) **La probabilidad de que un coche sea defectuoso y haya sido fabricado por la cadena A.**

b) **La probabilidad de que un coche sea defectuoso.**

c) **Si un coche no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la cadena C?**

Sean los sucesos: D = “coche defectuoso”; No D = “coche bien”.

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



Con esto:

a) P(“defectuoso y haya sido fabricado en A”) =

P(A∩D) = P(A) · P(D/A) = 0,50 · 1/2 = 0,25

b) P(D) = P(A) · P(D/A) + P(B) · P(D/B) + P(C) · P(D/C)

P(D) = $0{,}5\cdot\frac{1}{2}+0{,}3\cdot\frac{1}{4}+0{,}2\cdot\frac{1}{6}=\frac{43}{120}=0{,}358\hat{3}$

Por tanto, P(No D) = $1-\frac{43}{120}=\frac{77}{120}=0{,}641\hat{6}$

c) P(C/No D) = $\frac{P(C\cap \text{No D})}{P(\text{NoD})}=\frac{0{,}2\cdot 5/6}{77/120}=\frac{20}{77}=0{,}2597$

17) (EBAU Junio 2005) A un alumno le lleva en coche a la facultad el 80% de las veces un amigo. Cuando le lleva en coche llega tarde el 20% de los días. Cuando el amigo no le lleva, el alumno llega temprano a clase el 10% de los días.

Determinar:

a) La probabilidad de que llegue pronto a clase y le haya llevado el amigo.

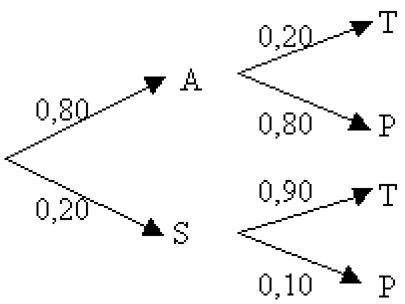
b) La probabilidad de que llegue tarde a clase.

c) Ha llegado pronto a clase. ¿Cuál es la probabilidad de que no le haya llevado el amigo?

Sean los sucesos:

A = “ir con amigo”; S = “ir solo”; T =” llegar tarde”; P =” llegar pronto”.

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



Con esto:

a) P (llegue pronto y lo haya llevado el amigo) = = P (A∩P) = P (A) · P (P/A) = 0,80 · 0,80 = 0,64

b) P (tarde) = P (A) · P (T/A) + P (S) · P (T/S) = 0,80 · 0,20 + 0,20 · 0,90 = 0,34

En consecuencia, la P (llegar pronto) = P (P) = 1 – 0,34 = 0,66

c) P (solo/pronto) = $\frac{P(S\cap P)}{P(P)} = \frac{0{,}2\cdot 0{,}1}{0{,}66} \approx$ 0,03

18) Tenemos dos bolsas, A y B. En la bolsa A hay 3 bolsas blancas y 7 rojas. En la bolsa B hay 6 bolas blancas y 2 rojas. Sacamos una bola de A y la pasamos a B. Después extraemos una bola de B.

a) **¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída de B sea blanca?**

b) **¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?**

c) **Sabiendo que de la bolsa B sacamos una roja, ¿cuál es la probabilidad de que de la bolsa A salga una blanca?**

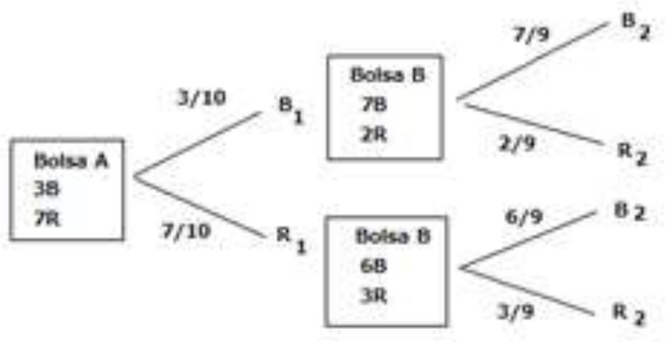
d) **¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola blanca de la bolsa A o sacarla de la bolsa B?**

Sean los sucesos:

B_1 = "Saca una bola blanca de la bolsa A" B_2 = "Saca una bola blanca de la bolsa B";

R_1 =" Saca una bola roja de la bolsa A" R_2 = "Saca una bola roja de la bolsa B".

En el siguiente diagrama de árbol se indican los casos y sus probabilidades asociadas.



a) $P(B_2) = P(B_1)\cdot P(B_2/B_1) + P(R_1)\cdot P(B_2/R_1) = \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9} + \frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9} = \frac{21}{90} + \frac{42}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0{,}7$

b) $P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)\cdot P(B_2/B_1) = \frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30} = 0{,}23$

c) $P(B_1/R_2) = \frac{P(B_1 \cap R_2)}{P(R_2)} = \frac{\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9}}{\frac{3}{10}\cdot\frac{2}{9} + \frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}} = \frac{6}{27} = 0{,}22$

d) $P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 \cap B_2) = 0{,}3 + 0{,}7 - 0{,}23 = 0{,}77$

Realización de ejercicios de Probabilidad mediante Tabla de Contingencia

19) (EBAU 2021 Junio) Se realiza una encuesta a un grupo de 2000 personas de diferentes edades para conocer sus hábitos de compra por Internet en el último mes. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18-40 años	41-60 años	Mayores de 60 años	Total
Ha realizado alguna compra por Internet	468	325	250	1043
No ha comprado ningún producto por Internet	257	207	493	957
Total	725	532	743	2000

Elegida una de las personas del grupo al azar:

A. [0,75 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que sea mayor de 60 años y haya realizado alguna compra por Internet en el último mes.

B. [0,75 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 41 y 60 años.

C. [1 PUNTO] Si sabemos que ha realizado alguna compra por Internet en el último mes, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 40 años?

Se designan por:

>60 = “Mayores de 60 años” 41-60= “Edades entre 41 y 60 años” 18-40 = “Edades entre 18 y 40 años”

C= “Compra por Internet” $\bar{C}$= “No compra por Internet”

a) Se trata de una probabilidad Compuesta: P(>60∩ C) = $\frac{250}{2000} = \frac{1}{8}$ = 0,125 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 12,5%

b) Se trata de una probabilidad Total: P(41-60) = $\frac{532}{2000} = \frac{133}{500} =$ 0,266

c) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el Teorema de Bayes → P (18-40/C) = $\frac{P(18-40 \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{468}{2000}}{\frac{1043}{2000}} = \frac{468}{1043} =$ 0,4487 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 44,87%

20) (EBAU 2020 Julio) En una población de 3510 habitantes, se conoce el número, por franjas de edades, de los que colaboran con alguna ONG. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	18-35 años	36-55 años	Mayores de 55 años	Total
Colabora con alguna ONG	537	759	463	1759
No colabora con ninguna ONG	115	1034	602	1751
Total	652	1793	1065	3510

A. [1,25 PUNTOS] Calcular la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 18 y 35 años.

B. [1,25 PUNTOS] Si sabemos que no colabora con ninguna ONG, ¿cuál es la probabilidad de que su edad esté comprendida entre los 36 y 55 años?

A. Aplicamos la regla de Laplace usando los datos de la tabla:

Se trata de una probabilidad Total

P(“Edad comprendida entre los 18 y 35 Años”) = $\frac{652}{3510} = 0{,}1858$

B. Se trata de una Probabilidad Condicionada:

P(Edad comprendida entre los 36 y 55 años/No colabora con ninguna ONG) = aplicamos el teorema de Bayes

$$= \frac{\text{P(Edad comprendida entre los 36 y 55 años} \cap \text{No colabora con ninguna ONG)}}{\text{P(No colabora con ninguna ONG)}} = \frac{\frac{1034}{3510}}{\frac{1751}{3510}} = \frac{1034}{1751} = 0{,}5905$$

21) (EBAU 2019 Junio) De los 360 alumnos de nuevo ingreso de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, conocemos el número de matriculados en el Centro de Idiomas de la Universidad. Los datos completos aparecen en la siguiente tabla:

	Matriculados en C. de Idiomas	No matriculados en C.Idiomas	Total
G.Económicas	57	63	120
G.Adm y D.Empresa	106	134	240
Total	163	197	360

A. [1 PUNTO] Calcular la probabilidad de que no esté matriculado en el Centro de Idiomas.

B. [1 PUNTO] Si sabemos que el alumno pertenece al Grado en Económica, ¿cuál es la probabilidad de que esté inscrito en el Centro de Idiomas?

C. [1 PUNTO] Calcular la probabilidad de que sea del Grado en Administración y D. de Empresas y no esté inscrito en el Centro de Idiomas.

Pueden definirse los sucesos:

EC = "Económicas; EM= "Empresas"; M= "Matriculados"; $\bar{M}$= "No matriculados" respectivamente

	M	$\bar{M}$	Total
EC	57	63	120
EM	106	134	240
Total	163	197	360

a) P($\bar{M}$) = $\frac{197}{360}$ = 0,5472 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 54,72%

b) Se trata de una Probabilidad Condicionada

Aplicamos el Teorema de Bayes → P (M/EC) = $\frac{P(M\cap EC)}{P(EC)} = \frac{57/360}{120/360} = 0{,}475$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 47,5%

c) Se trata de una Probabilidad Compuesta:

P(EM∩ $\bar{M}$) = $\frac{134}{360} = 0{,}3722$ → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 37,22%

22) (EBAU 2018 Septiembre) De los alumnos matriculados en 1º en los grados de Economía, Administración y Dirección de Empresas y Derecho, de determinada universidad, conocemos su nivel de inglés. Los datos desglosados aparecen en la tabla adjunta:

	G. Económicas	G. Adm. y D. Empresas	G. Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Escogido un alumno al azar:

A. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que esté estudiando Derecho?

B. [1 PUNTO] ¿Cuál es la probabilidad de que estudie Económicas y tenga un nivel alto?

C [1 PUNTO] Si sabemos que el alumno tiene un nivel medio, ¿cuál es la probabilidad de que esté estudiando Administración y D. de Empresas?

Los datos del problema son:

	Económicas	Empresas	Derecho	Total
Nivel alto	20	33	34	87
Nivel medio	78	167	76	321
Nivel bajo	27	20	65	112
Total	125	220	175	520

Pueden definirse los sucesos:

Ec = "Económicas; Em = "Empresas"; D= "Derecho"; NA, NM y NB = "nivel alto, medio y bajo" respectivamente

a) P(D) = $\frac{175}{520}$ = 0,3365 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 33,65%

b) Se trata de una Probabilidad Compuesta

P (Ec∩NA) = $\frac{20}{520}$ = 0,0385 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 3,85%

c) Se trata de una probabilidad condicionada:

Aplicamos el Teorema de Bayes

P(Em/NM)=$\frac{P(Em\cap NM)}{P(NM)} = \frac{\frac{167}{520}}{\frac{321}{520}} = \frac{167}{321} =$ 0,5202 → Si nos pregustasen el porcentaje sería del 52,02%

23) (EBAU 2016 Junio) Una organización de consumidores ha analizado el comportamiento de tres marcas de lavadoras durante todo un año. En concreto, se ha seguido la pista de 350 unidades: 125 de la marca A, 75 de la marca B y 150 de la marca C. En la siguiente tabla se indica cuáles de ellas han sufrido alguna avería durante el año:

	Marca A	**Marca B**	**Marca C**	**Total**
Avería	**35**	**15**	**20**	**70**
No avería	**90**	**60**	**130**	**280**
Total	**125**	**75**	**150**	**350**

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que una lavadora haya sufrido una avería?

b) (1 punto) Si se escoge una lavadora al azar y no ha sufrido ninguna avería, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?

c) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que una lavadora de la marca A haya tenido una avería? ¿Qué marca crees que es más fiable? Justifica la respuesta.

Los datos del problema son:

	Marca A	Marca B	Marca C	Total
Avería	35	15	20	70
No avería	90	60	130	280
Total	125	75	150	350

Pueden definirse los sucesos:

A = Avería; N = no avería; MA, MB y MC = marcas A, B y C, respectivamente.

a) $P(A) = \frac{70}{350} = 0{,}2 \rightarrow P(N) = 0{,}8$.

b) Por la probabilidad condicionada:

$$P(MB\,|\,N) = \frac{P(MB)\cdot P(N\,|\,MB)}{P(N)} = \frac{\frac{75}{350}\cdot\frac{60}{75}}{0{,}8} = 0{,}21429$$

c) $P(A/MA)=\frac{35}{125} = 0{,}28$.

Igualmente, las probabilidades de que una lavadora de las marcas B y C hayan tenido una avería son:

$P(A/MB)=\frac{P(A\cap MB)}{P(MB)} = \frac{\frac{15}{350}}{\frac{75}{350}} = \frac{15}{75} = 0{,}2$ y $P(A/MC)=\frac{P(A\cap MC)}{P(MC)} = \frac{\frac{20}{350}}{\frac{150}{350}} = \frac{20}{150} = 0{,}1\hat{3}$

La marca más fiable es la C porque es la que tiene la menor probabilidad de averiarse.

24) Se sortea un viaje a Roma entre los 120 mejores clientes de una agencia de automóviles. De ellos, 65 son mujeres, 80 están casados y 45 son mujeres casadas. Se pide:

- **a) ¿Cuál será la probabilidad de que le toque el viaje a un hombre soltero?**
- **b) Si del afortunado se sabe que es casado, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?**
- **c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Hombre o Soltero?**
- **d) ¿Son independientes los sucesos "Hombres" y "Casados"?**
- **e) ¿Cuál es la probabilidad de que sea Mujer?**

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hombres	Mujeres	
Casados	35	45	80
Solteros	20	20	40
	55	65	120

Llamamos H="Hombres" M = "Mujeres" C="Casados" S = "Solteros"

a) $P(H\cap S) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} = 0,1\hat{6}$

b) $P(M/C) = \frac{P(M\cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{45}{120}}{\frac{80}{120}} = \frac{45}{80} = \frac{9}{16} = 0,5625$

c) $P(H\cup S) = P(H)+P(S)-P(H\cap S) = \frac{55}{120} + \frac{40}{120} - \frac{20}{120} = \frac{75}{120} = 0,625$

d) Para que los sucesos sean Independientes se tiene que cumplir:

$P(H\cap C) = P(H)\cdot P(C)$

$\frac{35}{120} \neq \frac{55}{30}\cdot\frac{80}{30}$

e) $P(M) = \frac{65}{120} = 0,5416$

25) Un taller sabe que por término medio acuden: por la mañana tres automóviles con problemas eléctricos, ocho con problemas mecánicos y tres con problemas de chapa, y por la tarde dos con problemas eléctricos, tres con problemas mecánicos y uno con problemas de chapa.

a) Calcula el porcentaje de los que acuden por la tarde.

b) Calcula el porcentaje de los que acuden por problemas mecánicos.

c) Calcula la probabilidad de que un automóvil con problemas eléctricos acuda por la mañana.

d) Calcula la probabilidad de que tenga un problema mecánicos o acuda por la Tarde.

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Eléctricos	Mecánicos	Chapa	
Mañana	3	8	3	14
Tarde	2	3	1	6
	5	11	4	20

Designamos los siguientes sucesos: E=”Eléctricos” M = “Mecánicos” C=”Chapa” Mñ = “Mañana” T=”Tarde”

a) P(T)= $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3 \rightarrow$ 30%

b) P(M)= $\frac{11}{20} = 0{,}55 \rightarrow$ 55%

c) P(Mñ/E)= $\frac{P(M\tilde{n}\cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{5}{20}} = \frac{3}{5} =$ 0,6

d) P(M∪T)= P(M) + P(T) –P(M∩ T)= $\frac{11}{20} + \frac{6}{20} - \frac{3}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} =$ 0,7

26) Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños.

a) Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

b) Si del afortunado se sabe que tiene los ojos Castaños, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hombres	Mujeres	
Castaños	5	10	15
No Castaños	5	10	15
	10	20	30

Llamamos H=”Hombres” M = “Mujeres” C=”Castaños” $\bar{C}$ = “No castaños”

a) P(H∪ C) = P(H) + P(C) – P(H∩C)= $\frac{10}{30}+\frac{15}{30}-\frac{5}{30}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$ = $0,\hat{6}$

b) P(M/C)=$\frac{P(M\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{10}{30}}{\frac{15}{30}}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ = $0,\hat{6}$

27) En una clase de 30 alumnos hay 18 que han aprobado Matemáticas, 16 que han aprobado Inglés y 6 que no han aprobado ninguna de las dos.

Elegimos al azar un alumno de esa clase:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya aprobado Inglés y Matemáticas?

b) Sabiendo que ha aprobado Matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que haya aprobado Inglés?

c) ¿Son independientes los sucesos "Aprobar Matemáticas" y "Aprobar Inglés"?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que no apruebe Matemáticas o apruebe Inglés?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Aprueban Matemáticas	No Aprueban Mates	
Aprueban Inglés	10	6	16
No Aprueban Inglés	8	6	14
	18	12	30

Llamamos I="Aprueban Inglés" $\bar{I}$ = "no Aprueban Inglés" M="Aprueban Mates" $\bar{M}$ = "no Aprueban Mates"

a) P(I∩M)= $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}=0,\hat{3}$

b) P(I/M)= $\frac{P(I\cap M)}{P(M)}=\frac{\frac{10}{30}}{\frac{18}{30}}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}=0,\hat{5}$

c) Para que los sucesos sean Independientes se tiene que cumplir:

P(I∩M) = P(I)·P(M)

$\frac{10}{30}\neq\frac{16}{30}\cdot\frac{18}{30}$

d) $P(\bar{M}\cup I)=P(\bar{M})+P(I)-P(\bar{M}\cap I)=\frac{12}{30}+\frac{16}{30}-\frac{6}{30}=\frac{22}{30}=0,7\hat{3}$

28) Una clase consta de 10 hombres y 20 mujeres; la mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen los ojos castaños.

a) Determinar la probabilidad de que una persona elegida al azar sea un hombre o tenga los ojos castaños.

b) Si del afortunado se sabe que tiene los ojos Castaños, ¿cuál será la probabilidad de que sea una mujer?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hombres	Mujeres	
Castaños	5	10	15
No Castaños	5	10	15
	10	20	30

Llamamos H="Hombres" M = "Mujeres" C="Castaños" $\bar{C}$ = "No castaños"

a) P(H∪ C) = P(H) + P(C) – P(H∩C)= $\frac{10}{30}+\frac{15}{30}-\frac{5}{30}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

b) P(M/C)= $\frac{P(M\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{10}{30}}{\frac{15}{30}}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

29) En un viaje organizado por Europa para 120 personas, 48 de los que van saben hablar Inglés, 36 saben hablar Francés y 12 de ellos hablan los dos idiomas.

Escogemos uno de los viajeros al azar.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que hable alguno de los dos idiomas?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que hable Francés, sabiendo que habla Inglés?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que solo hable Francés?

Lo primero que vamos a realizar es la Tabla de Contingencia:

	Hablan Francés	No Hablan Francés	
Hablan Inglés	12	36	48
No Hablan Inglés	24	48	72
	36	84	120

Llamamos I=”Hablan Inglés” $\bar{I}$ = “no Hablan Inglés” F=”Hablan Francés” $\bar{F}$ = “no Hablan Francés”

a) P(I U F) = P(I) + P(F) – P(I∩F)= $\frac{48}{120}+\frac{36}{120}-\frac{12}{120}=\frac{72}{120}=\frac{3}{5}=0{,}6$

b) P(F/I) = $\frac{P(F\cap I)}{P(I)}=\frac{\frac{12}{120}}{\frac{48}{120}}=\frac{12}{48}=\frac{1}{4}=0{,}25$

c) P(F∩ $\bar{I}$) = $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}=0{,}2$

Realización de ejercicios de Probabilidad de Sucesos Independientes

30) Las probabilidades de que tres tiradores con arco consigan hacer diana son, respectivamente, $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$.

Si los tres disparan simultáneamente:

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte en el blanco uno solo?

b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que los tres acierten?

c) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que acierte al menos uno de ellos?

Se designan por:

A = "Acierta el primer tirador" B= "Acierta el segundo tirador" C = "Acierta el tercer tirador"

$\overline{A}$= "Falla el primer tirador" $\overline{B}$= "Falla el segundo tirador" $\overline{C}$ = "Falla el tercer tirador"

P(A) = $\frac{3}{5}$ P($\overline{A}$)=$\frac{2}{5}$ P(B) = $\frac{2}{3}$ P($\overline{B}$)=$\frac{1}{3}$ P(C) = $\frac{5}{6}$ P($\overline{C}$)=$\frac{1}{6}$

Se trata de sucesos independientes.

Todos los casos posibles serán:

$E = \{ABC, AB\overline{C}, A\overline{B}C, A\overline{B}\overline{C}, \overline{A}BC, \overline{A}B\overline{C}, \overline{A}\overline{B}C, \overline{A}\overline{B}\overline{C}\}$

a) Probabilidad de que acierte en el blanco uno solo:

P("Acierte en el blanco uno solo")= $P(A \cap \overline{B} \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) + P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3}{90} + \frac{4}{90} + \frac{10}{90} = \frac{17}{90} \approx 0{,}1\hat{8}$

b) La probabilidad de que los tres acierten es:

P("Aciertan los tres")= $P(A \cap B \cap C) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,\hat{3}$

c) El suceso "acierte al menos uno de ellos" es el contrario de que fallen los tres.

El espacio muestral será el siguiente:

$E=\{ABC, AB\overline{C}, A\overline{B}C, A\overline{B}\overline{C}, \overline{A}BC, \overline{A}B\overline{C}, \overline{A}\overline{B}C, \overline{A}\overline{B}\overline{C}\}$

Nos dicen que **al menos uno de ellos acierta**, mirando los casos posibles observamos que lo cumplen todos los sucesos $ABC, AB\overline{C}, A\overline{B}C, A\overline{B}\overline{C}, \overline{A}BC, \overline{A}B\overline{C}, \overline{A}\overline{B}C$, menos el suceso $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ por eso la probabilidad es

P("Acierte en el blanco al menos uno de los tiradores")= $P(A \cup B \cup C)$ = 1- $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$

$P(A \cup B \cup C)$ = 1- $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C})$= $1 - (\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}) = 1 - \frac{2}{90} = \frac{88}{90} \approx 0{,}9\hat{7}$

31)(EBAU 2014 Junio) Juan, Isabel y Elena son tres estudiantes que deciden presentarse a las pruebas de nivel B2 de inglés que organiza la universidad. La probabilidad que tienen de superarla es, respectivamente, de $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ y $\frac{2}{5}$. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

A. [1 PUNTO] Los tres suspenden la prueba.

B. [1 PUNTO] Sólo la supera uno de ellos.

C. [1 PUNTO] Al menos uno de ellos la supera.

Si definimos los sucesos:

J = "Juan supera la prueba", I = "Isabel supera la prueba", E = "Elena supera la prueba", las probabilidades de superar o no superar la prueba son:

La probabilidad de que Juan supere la prueba es $P(J)=\frac{3}{4}$ y de que no la supere $P(\bar{J})=\frac{1}{4}$.

La probabilidad de que Isabel supere la prueba es $P(I)=\frac{2}{3}$ y de que no la supere $P(\bar{I})=\frac{1}{3}$.

La probabilidad de que Elena supere la prueba es $P(E)=\frac{2}{5}$ y de que no la supere $P(\bar{E})=\frac{3}{5}$.

En todos los casos los sucesos (superar o no superar la prueba) son independientes.

Todos los casos posibles serán:

E = $\{JIE, JI\bar{E}, J\bar{I}E, J\bar{I}\bar{E}, \bar{J}IE, \bar{J}I\bar{E}, \bar{J}\bar{I}E, \bar{J}\bar{I}\bar{E}\}$

A. P("los tres suspenden") = $P(\bar{J}\cap\bar{I}\cap\bar{E})=P(\bar{J})\cdot P(\bar{I})\cdot P(\bar{E})=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}=\frac{1}{20}$.= 0,05

B. Para que sólo uno de ellos supere la prueba, pueden ocurrir tres situaciones en las que debe aprobar uno y suspender los otros dos:

P("Sola supera la prueba uno de ellos")=

$$P(J\cap\bar{I}\cap\bar{E})+P(\bar{J}\cap I\cap\bar{E})+P(\bar{J}\cap\bar{I}\cap E)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{17}{60}=0{,}28\hat{3}$$

C. El suceso de que, al menos, uno de ellos supere la prueba, es el contrario al de que suspendan los tres:

P("Al menos uno la supera") = 1– P(los tres suspenden) = $1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$

Nos dicen que **al menos uno de ellos la supera**, mirando los casos posibles observamos que lo cumplen todos los sucesos $JIE, JI\bar{E}, J\bar{I}E, J\bar{I}\bar{E}, \bar{J}IE, \bar{J}I\bar{E}, \bar{J}\bar{I}E$, menos el suceso $\bar{J}\bar{I}\bar{E}$ por eso la probabilidad es

$P(J\cup I\cup E)$ = 1- $P(\bar{J}\cap\bar{I}\cap\bar{E})$

$P(J\cup I\cup E)$ = 1- $P(\bar{J}\cap\bar{I}\cap\bar{E})$= $1-(\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5})=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}\approx$ 0,95

32)(EBAU 2012 Septiembre) Tres de los mejores alumnos de un instituto de Secundaria de la región, Juan, María y Elena, participan en las Olimpiadas Nacionales de Matemáticas, Física y Latín, respectivamente. La probabilidad que tiene Juan de ganar en su prueba es 2/3, la de María 4/7, y la de Elena es 3/5. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

A. [1 PUNTO] Los tres pierden.

B. [1 PUNTO] Sólo gana uno de ellos.

C. [1 PUNTO] Al menos uno de ellos gana.

J = "Apruebe Juan" M= "Apruebe María" E = "Apruebe Elena"

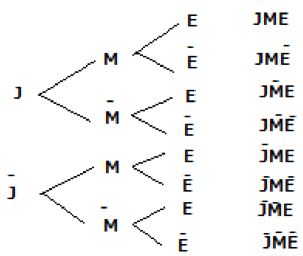
$\bar{J}$ = "Suspenda Juan" $\bar{M}$= "Suspenda María" $\bar{E}$ = "Suspenda Elena"

P(J) = $\frac{2}{3}$ P($\bar{J}$)=$\frac{1}{3}$ P(M) = $\frac{4}{7}$ P($\bar{M}$)=$\frac{3}{7}$ P(E) = $\frac{3}{5}$ P($\bar{E}$)=$\frac{2}{5}$

Todos los casos posibles serán:

E = {JME, JM$\bar{\text{E}}$, J$\bar{\text{M}}$E, J$\bar{\text{M}}\bar{\text{E}}$, $\bar{\text{J}}$ME, $\bar{\text{J}}$M$\bar{\text{E}}$, $\bar{\text{J}}\bar{\text{M}}$E, $\bar{\text{J}}\bar{\text{M}}\bar{\text{E}}$}

El Diagrama de Árbol será



a) P("los tres pierden")= P($\bar{J} \cap \bar{M} \cap \bar{E}$)=$\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{105} = \frac{2}{35} \approx$ 0,05

b) P("Sólo gana uno de ellos")=P$(J \cap \bar{M} \cap \bar{E})$ + P$(\bar{J} \cap M \cap \bar{E})$ + P$(\bar{J} \cap \bar{M} \cap E)$ $= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{5} \approx$ 0,27

c) P("Al menos uno de ellos gana") =P(J$\cup M \cup E$) = 1- P($\bar{J} \cap \bar{M} \cap \bar{E}$)= 1 – 0,05 ≈ 0,95

En el apartado c) nos dicen que **al menos uno de ellos gana**, mirando los casos posibles observamos que lo cumplen todos los sucesos JME, JM$\bar{\text{E}}$, J$\bar{\text{M}}$E, J$\bar{\text{M}}\bar{\text{E}}$, $\bar{\text{J}}$ME, $\bar{\text{J}}$M$\bar{\text{E}}$, $\bar{\text{J}}\bar{\text{M}}$E menos el suceso $\bar{\text{J}}\bar{\text{M}}\bar{\text{E}}$ por eso la probabilidad es P(J∪ M ∪ E)= 1- P($\bar{\text{J}} \cap \bar{\text{M}} \cap \bar{\text{E}}$) la suma de todos los sucesos menos P($\bar{\text{J}} \cap \bar{\text{M}} \cap \bar{\text{E}}$)

d) Si nos preguntan calcula la probabilidad de aprobar justo dos:

Los sucesos posibles serán JM$\bar{E}$, J$\bar{M}$E, $\bar{J}ME$

P("aprobar justo dos") = P$(J \cap M \cap \bar{E})$ + P$(J \cap \bar{M} \cap E)$ + P$(\bar{J} \cap M \cap E)$ $= \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} \approx$ 0,43

e) Si nos hubieran preguntado la probabilidad de aprobar al menos dos:

Los sucesos posibles serán JM$\bar{\text{E}}$, J$\bar{\text{M}}$E, $\bar{\text{J}}$ME,JME

33) Las probabilidades de que el metro, el tren o el autobús de una ciudad sean puntuales son 0,9; 0,8 y 0,6, respectivamente. Calcula la probabilidad de que en un determinado viaje en el que los tres medios salen a la vez, cumplan el horario:

a) Los tres medios de transporte.

b) Solo uno de ellos.

c) Al menos, uno de los tres.

d) Al menos, dos de los tres.

Se consideran los sucesos con sus respectivas probabilidades son:

M = “el metro es puntual” T = “el tren es puntual” A = “el autobús es puntual”

$P(M) = 0{,}9$ $P(T) = 0{,}8$ $P(A) = 0{,}6$

Los tres **sucesos son independientes**, es decir, lo son dos a dos y los tres en conjunto.

a) Debemos calcular la probabilidad de los tres medios lleguen puntuales:

$P(M \cap T \cap A) = P(M)\cdot P(T)\cdot P(A) = 0{,}9\cdot 0{,}8\cdot 0{,}6 = 0{,}432$

El porcentaje de que los tres medios lleguen puntuales será del 43,2%

b) Debemos calcular la probabilidad de que llegue puntual solo uno de ellos:

Llamamos P= “solo uno de ellos llega puntual”

$P(P) = P(M \cap \overline{T} \cap \overline{A}) + P(\overline{M} \cap T \cap \overline{A}) + P(\overline{M} \cap \overline{T} \cap A) =$

$P(P) = P(M)\cdot P(\overline{T})\cdot P(\overline{A}) + P\overline{M})\cdot P(T)\cdot P(\overline{A}) + (P(\overline{M})\cdot P(\overline{T})\cdot P(A) = 0{,}9\cdot 0{,}2\cdot 0{,}4 + 0{,}1\cdot 0{,}8\cdot 0{,}4 + 0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 0{,}6 = 0{,}116$

El porcentaje de que solo uno de los medios llegue a tiempo será del 11,6%

c) Debemos calcular la probabilidad de que al menos dos de los tres

Llamamos C=” que al menos llegue uno puntual”

$P(C) = 1 – P($“ que no llegue ninguno a tiempo$) = 1 - P(\overline{M} \cap \overline{T} \cap \overline{A}) = 1 - P(\overline{M})\cdot P(\overline{T})\cdot P(\overline{A}) =$

$P(C) = 1 - 0{,}1\cdot 0{,}2\cdot 0{,}4 = 0{,}992$

El porcentaje de que al menos uno de ellos llegue puntual será del 99,2%

d) Debemos calcular que al menos dos de los tres deben llegar puntuales.

Sabiendo que el espacio muestral es el siguiente →E=”MTA, $MT\overline{A}$, $M\overline{T}A$, $M\overline{\overline{T}\,\overline{A}}$, $\overline{M}TA$, $\overline{M}T\overline{A}$, $\overline{M}\,\overline{T}A$, $\overline{M}\,\overline{T}\,\overline{A}$ “

Llamamos C=” que al menos dos llegue puntual” → C=” MTA, $MT\overline{A}$, $M\overline{T}A$, $\overline{M}TA$ “

$P(C) = P(M\cap T\cap A)+P(M\cap T\cap \overline{A}) + P(M\cap \overline{T} \cap A)+ P(\overline{M} \cap T\cap A) =$

$P(C) = 0{,}9\cdot 0{,}8\cdot 0{,}6 + 0{,}9\cdot 0{,}8\cdot 0{,}4 + 0{,}9\cdot 0{,}2\cdot 0{,}6 + 0{,}1\cdot 0{,}8\cdot 0{,}6 =$ 0,876

El porcentaje de que al menos dos de los medios llegue puntual será del 87,6%

34) **De dos tiradores se sabe que uno de ellos hace dos dianas de cada tres disparos, y el otro consigue tres dianas de cada cuatro disparos. Si los dos disparan simultáneamente, halla la probabilidad de que:**

a) Ambos acierten. b) Ninguno de los dos acierte. c) Uno acierte y el otro no. d) Alguno acierte.

Observamos que ambos sucesos son Independientes.

T_1=”el primer tirador acierta” T_2=”el segundo tirador acierta”

$\overline{T1}$=”el primer tirador falla” $\overline{T2}$=”el segundo tirador falla”

$P(T_1) = \frac{2}{3}$ $P(\overline{T1})=\frac{1}{3}$ $P(T2) = \frac{3}{4}$ $P(\overline{T2}) =\frac{1}{4}$

Todos los casos posibles serán: $E = \{T1T2, T1\overline{T2}, \overline{T1}T2, \overline{T1T2}\}$

a) $P(T_1\cap T_2) =P(T_1)\cdot P(T_2) = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{2} =$ 0,5

b) $P(\overline{T}_1 \cap \overline{T}_2)=P(\overline{T}_1)\cdot(\overline{T}_2) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{12} = 0{,}08\hat{3}$

c) $P(T_1\cap \overline{T}_2) + P(\overline{T}_1 \cap T_2) = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{1}{6}+\frac{1}{4} = \frac{5}{12} = 0{,}41\hat{6}$

d) $P(T_1\cup T_2)= 1- P(\overline{T1\cup T2}) = 1- (\overline{T}_1 \cap \overline{T}_2)= 1- \frac{1}{12} = \frac{11}{12} = 0{,}91\hat{6}$

Otra forma: $P(T_1\cup T_2)= P(T_1) + P(T_2) - P(T_1\cap T_2)= \frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{2} = \frac{8+9-6}{12} = \frac{11}{12}$

Realización de ejercicios de Probabilidad utilizando las Propiedades

35) En un centro educativo el 40 % de los alumnos practica voleibol, el 30 % bádminton y el 20 % ambos deportes.

a) Si un alumno, elegido al azar, juega al voleibol, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue al bádminton?

b) ¿Son independientes los sucesos “jugar al voleibol” y “jugar al bádminton”?

Seleccionado un alumno al azar, se consideran los sucesos V = “juega al voleibol” y B = “juega al bádminton”. Se tiene que:

$P(V) = 0,4 \quad P(B)=0,3 \qquad P(V\cap B) = 0,2$

a) En este caso, se trata de calcular la probabilidad de que el alumno seleccionado no juegue al bádminton, sabiendo que juega voleibol:

$$P(\bar{B}/V) = \frac{P(\bar{B}\cap V)}{P(V)} = \frac{P(V)-P(V\cap B)}{P(V)} = \frac{0,4-0,2}{0,4} = 0,5$$

b) Para que los sucesos V y B sean independientes se tiene que cumplir que :

$P(V\cap B) = P(V)\cdot P(B) \rightarrow 0,2 \neq 0,4\cdot 0,3 \rightarrow$ por lo tanto los sucesos V y B no son independientes.

Otra forma de realizar el ejercicio

Escribimos la tabla de contigencia:

	Juegan al voleibol	No juegan al voleibol	
Juegan al Badminton	**20**	10	**30**
No juegan al Badminton	20	50	70
	40	60	100

En este caso, se trata de calcular la probabilidad de que el alumno seleccionado no juegue al bádminton, sabiendo que juega voleibol:

$$P(\bar{B}/V) = \frac{P(\bar{B}\cap V)}{P(V)} = \frac{\frac{20}{100}}{\frac{40}{100}} = \frac{20}{40} = 0,5$$

36) Se consideran los sucesos A y B tales que P(A) = 0,84, P(B) = 0,5 y $P(\bar{A}/\bar{B})$ = 0,12. Entonces:

a) ¿Son independientes los sucesos A y B?

b) Calcula la probabilidad de que ocurran A y no B.

a) Para que los sucesos V y B sean independientes se tiene que cumplir que :

P(A∩B) = P(A)·P(B)

$P(\bar{A}/\bar{B})$ = 0,12 → $P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\cap\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\overline{A\cup B})}{P(\bar{B})} = \frac{1-P(A\cup B)}{0,5} = 0,12$

$1 - P(A \cup B)$ = 0,12· 0,5 → $P(A \cup B)$ = 1- 0,12· 0,5 = 1 – 0,06 = 0,94 → $\mathbf{P(A \cup B) = 0,94}$

$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$ → 0,94 = 0,84 + 0,5 - $\mathbf{P(A \cap B)}$ → $\mathbf{P(A \cap B) = 0,4}$

Comprobamos si los dos sucesos son independientes:

P(A∩B) = P(A)·P(B) → 0,4 ≠ 0,84·0,5 Los sucesos A y B no son independientes.

b) **P(A∩ $\bar{B}$)** = P(A) – P(A∩ B) = 0,84 – 0,4 = 0,44

Otra forma de realizar el ejercicio

Escribimos la tabla de contigencia:

	A	$\bar{A}$	
B	40	10	**50**
$\bar{B}$	44	6	50
	84	16	100

P(A∩ $\bar{B}$) = $\frac{44}{100}$ = 0,44

37) Calcula $P(\bar{A}/B)$ sabiendo que P(B)= 0,25 y P(A∩B)= 0,2.

Por la definición de probabilidad condicionada y aplicando propiedades de la probabilidad:

$$\mathbf{P(\bar{A}/B)} = \frac{P(\bar{A}\cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}25-0{,}2}{0{,}25} = 0{,}2$$

38) Sean A y B dos sucesos aleatorios. Supóngase que P(A)= 0,2 P(AUB)=0,9 P(B)= x

a) ¿Para qué valor de x A y B son sucesos incompatibles.

b) ¿Para qué valor de x son A y B sucesos independientes?

$$\text{Teoría} \rightarrow \begin{cases} \text{Sucesos incompatibles} \rightarrow A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0 \\ \text{Sucesos Independientes} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \end{cases}$$

a) Para que los sucesos sean incompatibles $\mathbf{P(A \cap B) = 0}$

$\mathbf{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)} \rightarrow$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0 \rightarrow 0{,}9 = 0{,}2 + x \rightarrow$ **x= 0,7**

b) Para que los sucesos sean independientes: $\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

$\boldsymbol{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)} \rightarrow P(A) \cdot P(B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \rightarrow 0{,}2 \cdot x = 0{,}2 + x - 0{,}9$

$0{,}8x = 0{,}7 \rightarrow \mathbf{x = \frac{7}{8} = 0{,}875}$

39) En el juego del tiro al plato Antonio acierta el plato el 55 % de las veces que dispara. En cambio María falla en el 40 % de las tiradas. Si disparan los dos a la vez, ¿cuál es la probabilidad de que ambos acierten?

Tomamos como suceso A = "Antonio acierta" y M = "María acierta"

La probabilidad de A es $\begin{cases} P(A) = 0{,}55 \\ P(\bar{A}) = 0{,}45 \end{cases}$ y la probabilidad de M es $\begin{cases} P(M) = 0{,}6 \\ P(\bar{M}) = 0{,}4 \end{cases}$

Los sucesos A y M son independientes, por lo tanto se cumple que:

$P(A\cap M) = P(A) \cdot P(M) \rightarrow P(A\cap M) = 0{,}55 \cdot 0{,}6 = 0{,}33$

40) En una frutería el 60 % de los clientes compran naranjas, el 40 % compran manzanas y el 30 % no compran ni naranjas ni manzanas. Calcula el porcentaje de clientes que compran:

a) Naranjas o manzanas o ambas.

b) Manzanas y naranjas.

c) Naranjas pero no manzanas.

Consideramos N=" el cliente compran naranjas" y M=" el cliente compran manzanas"

Los datos que nos aporta el enunciado son los siguientes: **$P(N) = 0{,}6$ $P(M)=0{,}4$ $P(\bar{N} \cap \bar{M})= 0{,}3$**

a) $P(\bar{N} \cap \bar{M})= P(\overline{N \cup M}) = 1 – P(N\cup M) = 0{,}3 \rightarrow P(N\cup M) = 0{,}7$

El 70% de los clientes compran naranjas o manzanas.

b) $P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N) \rightarrow 0{,}7 = 0{,}4 + 0{,}6 - P(M \cap N) \rightarrow P(M \cap N) = 0{,}3$

El 30 % de los clientes compran manzanas y naranjas.

c) $P(N\cap \bar{M}) = P(N) – P(N\cap M) = 0{,}6 – 0{,}3 = 0{,}3$

El 30% de los clientes compran naranjas pero no manzanas.

Otra forma de realizar el ejercicio

Escribimos la tabla de contigencia:

	M	$\bar{M}$	
N	30	30	**60**
$\bar{N}$	10	**30**	40
	40	60	100

a) $P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N) \rightarrow P(M \cup N) = \frac{40}{100} + \frac{60}{100} - \frac{30}{100} = \frac{70}{100} = 0{,}7$

El 70% de los clientes compran naranjas o manzanas.

b) $P(M \cap N) = \frac{30}{100} = 0{,}3 \rightarrow$ El 30 % de los clientes compran manzanas y naranjas.

c) $P(N\cap \bar{M}) = \frac{30}{100} = 0{,}3 \rightarrow$ El 30% de los clientes compran naranjas pero no manzanas.

41) En una ciudad, el 10 % de los días de junio llueve, mientras que el 75 % luce el sol. Calcula probabilidad de que en un día elegido al azar llueva y no haga sol en cada uno de los casos siguientes.

a) No es posible que en un día llueva y haga sol.
b) El 5 % de los días de junio llueve y hace sol.

Consideramos LL=”llueve” y S=” hace sol”

$P(LL) = 0{,}1 \qquad P(S) = 0{,}75$

e) El enunciado nos da la siguiente información “No es posible que en un día llueva y haga sol”.

$LL \cap S = \emptyset \rightarrow P(LL \cap S) = 0$

El ejercicio nos pide lo siguiente: Calcula probabilidad de que en un día elegido al azar llueva y no haga sol

$P(LL \cap \bar{S}) = P(LL) - P(LL \cap S) = 0{,}1 - 0 = 0{,}1$

El 10% de los días de Junio no llueve y hace sol

f) El enunciado nos da la siguiente información: El 5 % de los días de junio llueve y hace sol.

$P(LL \cap S) = 0{,}05$

El ejercicio nos pide lo siguiente: Calcula probabilidad de que en un día elegido al azar llueva y no haga sol.

$P(LL \cap \bar{S}) = P(LL) - P(LL \cap S) = 0{,}1 - 0{,}05 = 0{,}05$

El 5% de los días de Junio no llueve y hace sol

42) En unos grandes almacenes, el 60 % de las compras de un determinado mes se pagaron con tarjeta de crédito. De ellas, el 10 % fueron posteriormente devueltas. Además, se sabe que entre las compras devueltas de las realizadas ese mes, un 50 % habían sido pagadas con tarjeta. Elegida una compra de ese mes al azar:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya pagado con tarjeta y posteriormente se haya devuelto?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya devuelto posteriormente?

c) ¿Qué porcentaje de compras se compran al contado y no son devueltas posteriormente?

Llamamos al suceso T = “la compra se pagó con tarjeta de crédito” y D = “la compra fue devuelta”.

La información proporcionada indica que: P (T) = 0,6   P(D/T)=0,1 P(T/D) =0,5

a) $P(D/T) = 0{,}1 \rightarrow P(D/T) = \frac{P(D \cap T)}{P(T)} = \frac{P(D \cap T)}{0{,}6} = 0{,}1 \rightarrow P(D \cap T) = 0{,}1 \cdot 0{,}6 = 0{,}06$

b) $P(D) = ?$

$P(T/D) = 0{,}5 \rightarrow P(T/D) = \frac{P(T \cap D)}{P(D)} = 0{,}5 \rightarrow P(D) = \frac{P(T \cap D)}{0{,}5} = \frac{0{,}06}{0{,}5} = 0{,}12$

c) $P(\overline{\overline{T}} \cap \overline{D}) = 1 - P(\overline{T \cup D}) = P(T \cup D)$

$P(T \cup D) = P(T) + P(D) - P(T \cap D) = 0{,}6 + 0{,}12 - 0{,}06 = 0{,}66$

El porcentaje de que las compras se hayan hecho al contado y que no sean devueltas serán del 66%