SISTEMAS DE DOS ECUACIONES

a) $\begin{cases}(x+y)(x-y)=7\\3x-4y=0\end{cases}$ Solución:x = 4 ∧ y = 3, x = -4 ∧ y = -3

b) $\begin{cases}x^2+y^2-5x-5y+10=0\\x^2-y^2-5x+5y+2=0\end{cases}$ Solución: x = 2 y = 1, x = 2 y = 4, x = 3 y = 1, x = 3 y = 4

c) $\begin{cases}y^2-2y+1=x\\\sqrt{x}+y=5\end{cases}$ Solución: x = 4 ∧ y = 3

d) $\begin{cases}3x^2-5y^2=7\\2x^2=11y^2-3\end{cases}$ Solución: x = 2 y = 1, x = 2 y = -1, x = -2 y = 1, x = -2 y = -1

SISTEMAS DE ECUACIONES EXPONENCIALES

Un sistema de ecuaciones exponenciales es aquel sistema en los que las incógnitas aparecen en los exponentes.

EJEMPLO CASO I

$$\begin{cases}3^{x+y}=81\\3^{y-x}=9\end{cases}$$

- Lo primero es igualar los exponentes si los dos miembros de la igualdad tienen potencias con la misma base

$$\begin{cases}3^{x+y}=3^4\\3^{y-x}=3^2\end{cases}$$

- Igualamos los exponentes y resolvemos el sistema

$$\begin{cases}x+y=4\\y-x=2\end{cases}\rightarrow \begin{matrix}x=1\\y=3\end{matrix}$$

EJEMPLO CASO II (CAMBIO DE VARIABLE)

$$\begin{cases}3^x+3^y=36\\3^{y-x}=3\end{cases}$$

En este caso debemos realizar un cambio

- Lo primero que debemos hacer es aplicar las propiedades de las potencias del producto o el cociente, para eliminar las sumas o restas en el exponente.

$$\begin{cases}3^x+3^y=36\\3^{y-x}=3\end{cases}\rightarrow\begin{cases}3^x+3^y=36\\\dfrac{3^y}{3^x}=3\end{cases}$$

- Realizamos el cambio de variable

$u=3^x$ $\quad$ $v=3^y$

- Resolvemos el sistema

$$\begin{cases} u+v=36 \\ \frac{v}{u}=3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u+v=36 \\ v=3u \end{cases} \rightarrow u+3u=36 \rightarrow u=9 \text{ y v = 27}$$

- Deshacemos el cambio

u = $3^x \rightarrow 9 = 3^x \rightarrow\ 3^2 = 3^x \rightarrow x = 2$

v = $3^y \rightarrow 27 = 3^x \rightarrow\ 3^3 = 3^y \rightarrow y = 3$

EJERCICIOS PROPUESTOS

a) $\begin{cases} 5^x \cdot 25^{2x} = 5^{y+2} \\ 3^{2x} \cdot 3^{2y} = 81^2 \end{cases}$ Solución: x=1 e y=3

b) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 20 \\ 2^{y+x} = 64 \end{cases}$ Solución: x=2 e y=4, x=4 e y=2

c) $\begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$ Solución: x=1 e y=1

d) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -42 \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 4 \cdot 3^{y-1} = 4 \end{cases}$ Solución: x=2 e y=3

e) $\begin{cases} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{cases}$ Solución: x=5 e y=2

f) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$ Solución: x=3 e y=0

g) $\begin{cases} 5^{3x-2y} = 3125 \\ 11^{6x-7y} = 14641 \end{cases}$ Solución: x=3 e y=2

SISTEMAS DE ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Para resolver los sistemas de ecuaciones logarítmicas, actuaremos de la misma forma que hemos hecho con las ecuaciones logarítmicas.

EJEMPLO CASO I

$\begin{cases} x+y=110 \\ \text{logx} + \text{logy} = 3 \end{cases}$ Solución: x=100 e y=10(si),x=10 e y=100(si)

En este caso aplicaremos la propiedad del producto de un logaritmo en la segunda ecuación.

$$\begin{cases} x+y=110 \\ \log(xy)=3 \end{cases}$$

Aplicamos la definición de logaritmo

$$\begin{cases} x+y=110 \\ \text{xy}=10^3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=110 \\ xy=1000 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones, en este caso escogeremos el método de sustitución

$$\begin{cases} x=110-y \\ xy=1000 \end{cases} \rightarrow (110-y)y=1000 \rightarrow\ y^2-110y+1000=0$$

- Resolvemos la ecuación de segundo grado

$$y=\frac{110\pm\sqrt{110^2-4.1000}}{2}=\frac{110\pm 90}{2}=\begin{matrix}100\\10\end{matrix}$$

Si y = 100 → x+y =110 → x= 10

Si y = 10 → x+y =110 → x= 100

Soluciones $\begin{cases} x=10 & y=100 \\ x=100 & y=10 \end{cases}$

EJEMPLO CASO II

$$\begin{cases} 2\text{logx}-3\text{logy}=5 \\ 3\text{logx}+\text{logy}=2 \end{cases}$$

Solución: x=10 e y=$\frac{1}{10}$

- En este caso resolveremos el sistema mediante el método de reducción

$$\begin{matrix} 3\cdot \\ (-2)\cdot \end{matrix} \begin{cases} 2\text{logx}-3\text{logy}=5 \\ 3\text{logx}+\text{logy}=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6\text{logx}-9\text{logy}=15 \\ -6\text{logx}-2\text{logy}=-4 \end{cases} \rightarrow -11\text{logy}=11 \rightarrow \text{logy}=-1$$

- Aplicamos la definición de logaritmo

$$\text{logy}=1 \rightarrow \text{y}=10^{-1}=\frac{1}{10}$$

Si y = 10 → 2logx – 3log$\frac{1}{10}$ = 5 → 2logx -3(-1) = 5 → 2logx = 2 → log x =1 → x=10

Solución: x=10 e y=$\frac{1}{10}$ (Las solución es correcta)

EJERCICIOS PROPUESTOS

a) $\begin{cases} y-4x=0 \\ \text{logx}+\text{logy}=4 \end{cases}$ Solución: x=50 e y=200(si), x=-50 e y=-200(no)

b) $\begin{cases} x-2y=9 \\ \log_3 x-\log_3 y=1 \end{cases}$ Solución: x=27 e y=9

c) $\begin{cases} x-y=3 \\ \text{logx}+\text{logy}=1 \end{cases}$ Solución: x=5 e y=2 (si); x=-2 e y=-5 (no)

d) $\begin{cases} -3x+y=70 \\ \text{logy}-\text{logx}^2=0 \end{cases}$ Solución: x=10 e y=100 (si), x=-7 e y=49 (si)

e) $\begin{cases} 5^{x+y}=5^{11} \\ \log(x+y)+\log(x-y)=\log 33 \end{cases}$ Solución: x=7 e y=4

f) $\begin{cases} x+y=12 \\ \log_2 x-\log_2 y^2=-4 \end{cases}$ Solución: x=4 e y=8(si), x=36 e y=-24 (si)

g) $\begin{cases} x+y=30 \\ \log_3 x-\log_3 y=2 \end{cases}$ Solución: x=27 e y=3

h) $\begin{cases} \log_2(x-y)=2 \\ \log_2 x - \log_2 y = 1 \end{cases}$ Solución: x=8 e y=4

i) $\begin{cases} \log_x(y-72)=2 \\ \log_y(x+6)=\frac{1}{2} \end{cases}$ Solución: x=3 e y=81 (si)

j) $\begin{cases} \frac{\log x}{\log y}=\frac{1}{2} \\ \log x^2+\log y=4 \end{cases}$ Solución: x=10 e y=100 (si)

SISTEMAS DE TRES ECUACIONES LINEALES (MÉTODO DE GAUSS)

El método de Gauss consiste en usar el método de reducción para que en cada ecuación encontremos una incógnita menos que en la ecuación anterior.

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{array}\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ x+y-2z=-5 \\ 2x+y+3z=16 \end{cases}$$

- Intentamos que el coeficiente de la incógnita x de la primera ecuación sea 1 o -1. Para ello podremos cambiar el orden de las filas.

$$E_1 \leftrightarrow E_2 \begin{cases} x+y-2z=-5 \\ 3x+2y-z=3 \\ 2x+y+3z=16 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y-2z=-5 \\ 3x+2y-z=3 \end{cases} \quad E_2{'} \to E_2-3E_1 \quad \begin{cases} -3x-3y+6z=15 \\ 3x+2y-z=3 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

$$-y+5z=18$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y-2z=-5 \\ 2x+y+3z=16 \end{cases} \quad E_3{'} \to E_3-2E_1 \quad \begin{cases} -2x-2y+4z=10 \\ 2x+y+3z=16 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

$$-y+7z=26$$

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2{'} \\ E_3{'} \end{array}\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ \quad -y+5z=18 \\ \quad -y+7z=26 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2{}'$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3{}'$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix}\begin{cases} -y+5z=18 \\ -y+7z=26 \end{cases} \qquad E_3{}'' \to E_3{}' - E_1{}' \quad \begin{cases} y-5z=-18 \\ -y+7z=26 \\ \text{— — — — — — —} \end{cases}$$

$$2z \;\; = 8$$

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ -y+5z=18 \\ 2z=8 \end{cases} \quad \begin{matrix} 3x+2\cdot 2-4=3 \to x=1 \\ -y+5\cdot 4=18 \to y=2 \\ \to z=4 \end{matrix}$$

Solución: $\begin{matrix} x=1 \\ y=2 \\ z=4 \end{matrix}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE TRES ECUACIONES CON TRES INCÓGNITAS

- Sistema Compatible Determinado (S.C.D): Tiene una única solución.
- Sistema Incompatible (S.I): No tiene solución
- Sistema Compatible Indeterminado (S.C.I) : Tiene infinitas soluciones

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO

Un sistema compatible determinado es el sistema que se puede resolver y tiene una única solución, como por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ -y+5z=18 \\ 2z=8 \end{cases} \to 2z=8 \to z=4$$

La solución de este sistema es única y será: x=1 y=2 z=4

SISTEMA INCOMPATIBLE

Un sistema incompatible es aquel que no tiene solución, como por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x+2y-z=3 \\ -y+5z=18 \\ 0z=8 \end{cases}$$

0z = 8 → Observamos que esta igualdad no se va a cumplir nunca, por lo tanto el sistema no va a tener solución.

SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO

Un sistema compatible indeterminado es el sistema que tiene infinitas soluciones, como por ejemplo:

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ -y + 5z = 18 \\ 0z = 0 \end{cases}$$

$0z = 0 \rightarrow$Nos damos cuenta que esta igualdad siempre se va a cumplir. Por lo tanto la última ecuación no nos va a servir para resolver el sistema de ecuaciones.

Ahora vamos a tener un sistema con dos ecuaciones pero con 3 incógnitas

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ -y + 5z = 18 \end{cases}$$

Para resolverlo le damos a z el valor → z= λ

$$\begin{cases} 3x + 2y - z = 3 \\ -y + 5z = 18 \\ z = \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x = \frac{39-9\lambda}{3} = 13 - 3\lambda \\ y = 5\lambda - 18 \\ z = \lambda \end{matrix} \qquad \forall \lambda \in R$$

Las soluciones de este sistema son infinitas (Sistema Compatible Indeterminado)

EJERCICIOS PROPUESTOS

a) $\begin{cases} x-2y-3z=3 \\ 2x-y-4z=7 \\ 3x-3y-5z=8 \end{cases}$ Solución: x=2, y=1, z=-1

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x-2y-3z=3 \\ 2x-y-4z=7 \end{cases} \quad E_2' \rightarrow E_2 - 2E_1 \quad \begin{cases} -2x+4y+6z=-6 \\ 2x-y-4z=7 \\ \text{— — — — — — — — —} \end{cases}$$

3y + 2z = 1

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x-2y-3z=3 \\ 3x-3y-5z=8 \end{cases} \quad E_3' \rightarrow E_3 - 3E_1 \quad \begin{cases} -3x+6y+9z=-9 \\ 3x-3y-5z=8 \\ \text{— — — — — — — — —} \end{cases}$$

3y + 4z = -1

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} x-2y-3z=3 \\ 3y+2z=1 \\ 3y+4z=-1 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} 3y+2z=1 \\ 3y+4z=-1 \end{cases} \quad E_3'' \rightarrow E_3' - E_2' \quad \begin{cases} -3y-2z=-1 \\ 3y+4z=-1 \\ \text{— — — — — — —} \end{cases}$$

2z = -2

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} x-2y-3z=3 \\ 3y+2z=1 \\ 2z=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x-2\cdot 1-3\cdot(-1)=3 \rightarrow x=2 \\ 3y+2\cdot(-1)=1 \rightarrow y=1 \\ \rightarrow z=-1 \end{matrix}$$

- Solución: $\begin{matrix} x=2 \\ y=1 \\ z=-1 \end{matrix}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D) Tiene una única solución

b) $\begin{cases} x+3y-2z=4 \\ 2x+2y+z=3 \\ 3x+2y+z=5 \end{cases}$ Solución: x = 2, y=0, z=-1

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+3y-2z=4 \\ 2x+2y+z=3 \end{cases} \quad E_2' \rightarrow E_2 - 2E_1 \quad \begin{cases} -2x-6y+4z=-8 \\ \ \ 2x+2y+z=3 \\ ----------- \end{cases}$$

-4y + 5z = -5

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+3y-2z=4 \\ 3x+2y+z=5 \end{cases} \quad E_3' \rightarrow E_3 - 3E_1 \quad \begin{cases} -3x-9y+6z=-12 \\ \ \ 3x+2y+z=5 \\ ----------- \end{cases}$$

-7y + 7z =-7

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2' \\ E_3' \end{array} \begin{cases} x+3y-2z=4 \\ -4y+5z=-5 \\ -7y+7z=-7 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{array}{l} E_2' \\ E_3' \end{array} \begin{cases} -4y+5z=-5 \\ -7y+7z=-7 \end{cases} \quad E_3'' \rightarrow 4E_3' - 7E_2' \quad \begin{cases} 28y-35z=35 \\ -28y+28z=-28 \\ -------- \end{cases}$$

-7z = 7

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} x+3y-2z=4 \\ -4y+5z=-5 \\ -7z=7 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} x+3\cdot 0-2\cdot(-1)=4 \rightarrow x=2 \\ -4y+5\cdot(-1)=-5 \rightarrow y=0 \\ \rightarrow z=-1 \end{array}$$

Solución: $\begin{array}{l} x=2 \\ y=0 \\ z=-1 \end{array}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

c) $\begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ -y + z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \end{cases}$ Solución: $x = \dfrac{2}{3} \quad y = -\dfrac{1}{3} \quad z = \dfrac{2}{3}$

- No hace falta aplicar el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación porque ya está eliminada.

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ x - 2y + z = 2 \end{cases} \qquad E_3{}' \to 3E_3 - E_1 \qquad \begin{cases} -3x + y - z = -3 \\ 3x - 6y + 3z = 6 \\ \hline \end{cases}$$

$$-5y + 2z = 3$$

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ -y + z = 1 \\ -5y + 2z = 3 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2{}'$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3{}'$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} -y + z = 1 \\ -5y + 2z = 3 \end{cases} \qquad E_3{}'' \to E_3{}' - 5E_2{}' \qquad \begin{cases} 5y - 5z = -5 \\ -5y + 2z = 3 \\ \hline \end{cases}$$

$$-3z \;\; = -2$$

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} 3x - y + z = 3 \\ -5y + 2z = 3 \\ -3z = -2 \end{cases} \to \quad \begin{matrix} 3x - \left(-\frac{1}{3}\right) + (2/3) = 3 \to x = 2/3 \\ -5y + 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right) = 3 \to y = -1/3 \\ \to z = 2/3 \end{matrix}$$

Solución: $\begin{matrix} x = 2/3 \\ y = -1/3 \\ z = 2/3 \end{matrix}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

d) $\begin{cases} x-y+3z=3 \\ x+2y-z=2 \\ 2x+y+2z=5 \end{cases}$ Solución: x=$\frac{8-5\lambda}{3}$ $y=\frac{-1+4\lambda}{3}$ $z=\lambda$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x-y+3z=3 \\ x+2y-z=2 \end{cases} \quad E_2´ \to E_2 - E_1 \quad \begin{cases} -x+y-3z=-3 \\ x+2y-z=2 \\ ---------- \end{cases}$$

3y -4z = -1

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x-y+3z=3 \\ 2x+y+2z=5 \end{cases} \quad E_3´ \to E_3 - 2E_1 \quad \begin{cases} -2x+2y-6z=-6 \\ 2x+y+2z=5 \\ ---------- \end{cases}$$

3y -4z =-1

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2´ \\ E_3´ \end{matrix} \begin{cases} x-y+3z=3 \\ 3y-4z=-1 \\ 3y-4z=-1 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2´$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3´$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2´ \\ E_3´ \end{matrix} \begin{cases} 3y-4z=-1 \\ 3y-4z=-1 \end{cases} \quad E_3´´ \to E_3´ - E_2´ \quad \begin{cases} -3y+4z=1 \\ 3y-4z=-1 \\ -------- \end{cases}$$

0z = 0

$0z=0$ →Nos damos cuenta que esta igualdad siempre se va a cumplir. Por lo tanto la última ecuación no nos va a servir para resolver el sistema de ecuaciones.

Ahora vamos a tener un sistema con dos ecuaciones pero con 3 incógnitas

$$\begin{cases} x-y+3z=3 \\ 3y-4z=-1 \end{cases}$$

Para resolverlo le damos a z el valor → z= λ

$$\begin{cases} x-y+3z=3 \\ 3y-4z=-1 \\ z=\lambda \end{cases} \to \begin{matrix} x=\frac{-1+4\lambda}{3}-3\lambda+3=\frac{8-5\lambda}{3} \\ y=\frac{-1+4\lambda}{3} \\ z=\lambda \end{matrix} \qquad \forall\lambda \in R$$

Las soluciones de este sistema son infinitas (Sistema Compatible Indeterminado)

e) $\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 2x-y+2z=2 \\ x-3y+6z=3 \end{cases}$ Solución: $x=\frac{3}{5}$ $y=-\frac{4}{5}$ $z=0$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ 2x-y+2z=2 \end{cases} \quad E_2' \to 3E_2 - 2E_1 \quad \begin{cases} -6x-2y+2z=-2 \\ 6x-3y+6z=6 \\ ------- \end{cases}$$

-5y + 8z = 4

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ x-3y+6z=3 \end{cases} \quad E_3' \to 3E_3 - E_1 \quad \begin{cases} -3x-y+z=-1 \\ 3x-9y+18z=9 \\ ------- \end{cases}$$

-10y + 19z = 8

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} 3x+y-z=1 \\ -5y+8z=4 \\ -10y+19z=8 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} -5y+8z=4 \\ -10y+19z=8 \end{cases} \quad E_3'' \to E_3' - 2E_2' \quad \begin{cases} 10y-16z=-8 \\ -10y+19z=8 \\ ------- \end{cases}$$

3z = 0

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} 3x+y-z=1 \\ -5y+8z=4 \\ 3z=0 \end{cases} \to \begin{matrix} 3x+\left(-\frac{4}{5}\right)-(0)=1 \to x=\frac{9}{15}=\frac{3}{5} \\ -5y+8\cdot(0)=4 \to y=-\frac{4}{5} \\ \to z=0 \end{matrix}$$

Solución: $x=\frac{3}{5}$, $y=-\frac{4}{5}$, $z=0$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

f) $\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y+z=1 \\ -x+y+z=1 \end{cases}$ Solución: $x=1 \quad y=1 \quad z=1$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ x-y+z=1 \end{cases} \qquad E_2{}' \rightarrow E_2 - E_1 \qquad \begin{cases} -x-y+z=-1 \\ \quad x-y+z=1 \\ -------- \end{cases}$$

$$-2y + 2z = 0$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ -x+y+z=1 \end{cases} \qquad E_3{}' \rightarrow E_3 + E_1 \qquad \begin{cases} \mathrm{x+y-z=1} \\ \mathrm{-x+y+z=1} \\ -------- \end{cases}$$

$$2y + 0z = 2$$

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} x+y-z=1 \\ -2y+2z=2 \\ 2y\ =2 \end{cases}$$

- Observamos que en la tercera ecuación han desaparecido las incógnitas z y x, por lo tanto podemos calcular directamente el valor de la incógnita y. Por lo tanto ya no tendremos que realizar el sistema formado por la ecuación 2 y 3.

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ -2y+2z=0 \\ 2y=2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x+(1)-(1)=1 \rightarrow x=1 \\ -2\cdot(1)+2z=0 \rightarrow z=1 \\ \rightarrow y=1 \end{matrix}$$

Solución: $\begin{matrix} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{matrix}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

g) $\begin{cases} y+z=-2 \\ x+y=1 \\ x+z=3 \end{cases}$ Solución: $x=3 \quad y=-2 \quad z=0$

- Nunca el coeficiente de la primera ecuación puede ser 0. Para ello podremos cambiar el orden de las filas.

$$E_{1\leftrightarrow E_2} \begin{cases} x+y+0z=1 \\ 0x+y+z=-2 \\ x+0y+z=3 \end{cases}$$

- No hace falta aplicar el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación porque ya está eliminada.

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y+0z=1 \\ x+0y+z=3 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}' \to \mathrm{E_3}-\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -\mathrm{x}-\mathrm{y}+0\mathrm{z}=-1 \\ \mathrm{x}+0\mathrm{y}+\mathrm{z}=3 \\ ----------- \end{cases}$$

-y + z = 2

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} x+y+0z=1 \\ y+z=-2 \\ -y+z=2 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2{}'$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3{}'$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} y+z=-2 \\ -y+z=2 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \to \mathrm{E_3}'+\mathrm{E_2}' \quad \begin{cases} y+z=-2 \\ -y+z=2 \\ -------- \end{cases}$$

2z = 0

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} x+y=1 \\ -y+z=2 \\ 2z=0 \end{cases} \to \begin{matrix} x+(-2)=1 \to x=3 \\ -y+(0)=2 \to y=-2 \\ \to z=0 \end{matrix}$$

Solución: $\begin{matrix} x=3 \\ y=-2 \\ z=0 \end{matrix}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

h) $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+3z=4 \\ x+4y+2z=5 \end{cases}$ Solución: $x=\dfrac{7}{3}$ $y=\dfrac{2}{3}$ $z=0$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+3z=4 \end{cases} \quad E_2' \rightarrow E_2 - 2E_1 \quad \begin{cases} -2x-2y-2z=-6 \\ 2x-y+3z=4 \\ \text{-----------} \end{cases}$$

-3y + z = -2

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+4y+2z=5 \end{cases} \quad E_3' \rightarrow E_3 - E_1 \quad \begin{cases} -x-y-z=-3 \\ x+4y+2z=5 \\ \text{-----------} \end{cases}$$

3y + z = 2

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=3 \\ -3y+z=-2 \\ 3y+z=2 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} -3y+z=-2 \\ 3y+z=2 \end{cases} \quad E_3'' \rightarrow E_3' + E_2' \quad \begin{cases} -3y+z=-2 \\ 3y+z=2 \\ \text{--------} \end{cases}$$

2z = 0

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 3y+z=2 \\ 2z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x+\left(\frac{2}{3}\right)+(0)=3 \rightarrow x=\frac{7}{3} \\ 3y+2\cdot(0)=2 \rightarrow y=\frac{2}{3} \\ \rightarrow z=0 \end{matrix}$$

Solución: $x=\frac{7}{3}$, $y=\frac{2}{3}$, $z=0$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

i) $\begin{cases} -y+z=1 \\ x+y+2z=3 \\ x+2y-z=2 \end{cases}$ Solución: x= 4 y= -1 z=0

- Nunca el coeficiente de la primera ecuación puede ser 0. Para ello podremos cambiar el orden de las filas.

$$E_1 \leftrightarrow E_2 \begin{cases} x+y+2z=3 \\ 0x-y+z=1 \\ x+2y-z=2 \end{cases}$$

- No hace falta aplicar el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación porque ya está eliminada.

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ x+2y-z=2 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}' \to \mathrm{E_3} - \mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -\mathrm{x}-\mathrm{y}-2\mathrm{z}=-3 \\ \mathrm{x}+2\mathrm{y}-\mathrm{z}=2 \\ \text{— — — — — — — — —} \end{cases}$$

y -3z = -1

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} x+y+2z=3 \\ -y+z=1 \\ y-3z=-1 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2{}'$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3{}'$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} -y+z=1 \\ y-3z=-1 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \to \mathrm{E_3}' + \mathrm{E_2}' \quad \begin{cases} y+z=1 \\ y-3z=-1 \\ \text{— — — — — — — —} \end{cases}$$

-2z = 0

- Obtenemos el sistema equivalente escalonado

$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ y-3z=-1 \\ -2z=0 \end{cases} \to \begin{matrix} x+(-1)+2\cdot 0=3 \to x=4 \\ y-3\cdot(0)=-1 \to y=-1 \\ \to z=0 \end{matrix}$$

Solución: $\begin{matrix} x=4 \\ y=-1 \\ z=0 \end{matrix}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

Tiene una única solución

j) $\begin{cases} x+y+2z=3 \\ 2x+3y-z=4 \\ 5x+7y=11 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x = 5-7\lambda \\ y=-2+5\lambda \\ z=\lambda \end{matrix}$ Sistema Compatible Indeterminado

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ 2x+3y-z=4 \end{cases} \quad E_2' \to E_2-2E_1 \quad \begin{cases} -2x-2y-4z=-6 \\ 2x+3y-z=4 \\ ------------ \end{cases}$$

y -5z = -2

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ecuación.

$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ 5x+7y=11 \end{cases} \quad E_3' \to E_3-5E_1 \quad \begin{cases} -5x-5y-10z=-15 \\ 5x+7y=11 \\ ------------ \end{cases}$$

2y -10z = -4

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} x+y+2z=3 \\ y-5z=-2 \\ 2y-10z=-4 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} y-5z=-2 \\ 2y-10z=-4 \end{cases} \quad E_3'' \to E_3'-2E_2' \quad \begin{cases} -2y+10z=4 \\ 2y-10z=-4 \\ -------- \end{cases}$$

0z = 0

$0z=0 \to$Nos damos cuenta que esta igualdad siempre se va a cumplir. Por lo tanto la última ecuación no nos va a servir para resolver el sistema de ecuaciones.

Ahora vamos a tener un sistema con dos ecuaciones pero con 3 incógnitas

$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ 2y-10z=-4 \end{cases}$$

Para resolverlo le damos a z el valor → z= λ

$$\begin{cases} x+y+2z=3 \\ 2y-10z=-4 \\ z=\lambda \end{cases} \to \begin{matrix} x=5-7\lambda \\ y=-2+5\lambda \\ z=\lambda \end{matrix} \qquad \forall \lambda \in R$$

Las soluciones de este sistema son infinitas (Sistema Compatible Indeterminado)

k) $\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 6 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x = 4 - \lambda \\ y = 6 - \lambda \\ z = \lambda \end{matrix}$ Sistema Compatible Determinado (S.C.I)

Nos damos cuenta que tenemos un sistema con dos ecuaciones pero con 3 incógnitas

$$\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 6 \end{cases}$$

Para resolverlo le damos a z el valor → z= λ

$$\begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 6 \\ z = \lambda \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} x = 4 - \lambda \\ y = 6 - \lambda \\ z = \lambda \end{matrix} \qquad \forall \lambda \in R$$

Las soluciones de este sistema son infinitas (Sistema Compatible Indeterminado)

PROBLEMAS

1. Cierta marca de pintura es elaborada con tres ingredientes A, B y C, comercializándose en tres tonos diferentes. El primero se prepara con 2 unidades de A, 2 de B y 1 de C; el segundo con 1 unidad de A, 2 de B y 2 de C; y el tercero con una unidad de cada ingrediente. El bote del primer tono se vende a 23 euros, el segundo a 17 euros y el tercero a 14 euros. Sabiendo que el margen comercial (o ganancial) es de 3 euros por bote, ¿qué precio por unidad le cuesta a dicha marca de pintura cada uno de los tres ingredientes?

Designamos: x: Precio por unidad le cuesta a cierta marca de pintura el ingrediente A

y: Precio por unidad le cuesta a cierta marca de pintura el ingrediente B

z: Precio por unidad le cuesta a cierta marca de pintura el ingrediente C

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x+2y+z=20 \\ x+2y+2z=14 \\ x+y+z=11 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} 2x+2y+z=20 \\ x+2y+2z=14 \end{cases} \quad E_2{'} \to 2E_2 - E_1 \quad \begin{cases} -2x-2y-z=-20 \\ 2x+4y+4z=28 \\ ---------- \end{cases}$$

$$2y + 3z = 8$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} 2x+2y+z=20 \\ x+y+z=11 \end{cases} \quad E_3{'} \to 2E_3 - E_1 \quad \begin{cases} -2x-2y-z=-20 \\ 2x+2y+2z=22 \\ ---------- \end{cases}$$

$$z = 2$$

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2{'} \\ E_3{'} \end{array} \begin{cases} 2x+2y+z=20 \\ \quad 2y+3z=8 \\ \qquad z=2 \end{cases}$$

Solución: $\begin{array}{l} x=8 \\ y=1 \\ z=2 \end{array}$ Se trata de un Sistema Compatible Determinado (S.C.D)

El precio por unidad del ingrediente A es de 8€.

El precio por unidad del ingrediente B es de 1€.

El precio por unidad del ingrediente C es de 2€.

2. Una fábrica de chocolates emplea, para una determinada marca, leche, cacao y almendras, siendo la proporción de leche el doble que la de cacao y almendras juntas. Los precios de los ingredientes por kilo son: leche, 0,80 euros; cacao, 4 euros; y almendra, 10 euros. En un día se fabrican 9 000 kg de chocolate de dicha marca con un coste total de 22 800 euros. ¿Cuántos kg se utilizan de cada componente al día?

Designamos: x: número de kg se utilizan de leche al día

y: número de kg se utilizan de cacao al día

z: número de kg se utilizan de almendras al día

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 0{,}8x + 4y + 10z = 22800 \\ x + y + z = 9000 \\ x = 2(y+z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 20y + 50z = 114000 \\ x + y + z = 9000 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ec.

$$\begin{cases} 4x + 20y + 50z = 114000 \\ x + y + z = 9000 \end{cases} \quad \mathrm{E_2}' \rightarrow 4\mathrm{E_2} - \mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -4x - 20y - 50z = -114000 \\ 4x + 4y + 4z = 36000 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-16y -46z = -78000

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ec.

$$\begin{cases} 4x + 20y + 50z = 114000 \\ x - 2y - 2z = 0 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}' \rightarrow 4\mathrm{E_3} - \mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -4x - 20y - 50z = -114000 \\ 4x - 8y - 8z = 0 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-28y-58z = -114000

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{array} \begin{cases} 4x + 20y + 50z = 114000 \\ -16y - 46z = -78000 \\ -28y - 58z = -114000 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2{}'$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3{}'$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{array}{l} E_2{}' \\ E_3{}' \end{array} \begin{cases} -16y - 46z = -78000 \\ -28y - 58z = -114000 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}'' \rightarrow 4\mathrm{E_3}' - 7\mathrm{E_2}' \quad \begin{cases} 112y + 322z = 546000 \\ -112y - 232z = -456000 \\ \text{— — — — — — — — — — — —} \end{cases}$$

90z = 90000

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}'' \end{array} \begin{cases} 4x + 20y + 50z = 114000 \\ -16y - 46z = -78000 \\ 90\,z = 90000 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{array}{l} x = 6000 \\ y = 2000 \\ z = 1000 \end{array}$$

Se trata de un (S.C.D)

El número de kg se utilizan de leche al día es de 6000kg.

El número de kg se utilizan de cacao al día es de 2000kg.

El número de kg se utilizan de almendras al día es de 1000kg.

3. Un tren transporta 500 viajeros y la recaudación de sus billetes asciende a 2 142 euros. Calcular cuántos viajeros han pagado el importe total del billete, que vale 9 euros; cuántos han pagado el 20% del billete y cuántos el 50%, sabiendo que el número de viajeros que han pagado el 20% del billete es el doble del número de viajeros que pagan el billete entero.

Designamos: x: número de viajeros que han pagado el importe total del billete.

y: número de viajeros que han pagado el 20% del billete.

z: número de viajeros que han pagado el 50% del billete

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=500 \\ 9x+9\cdot\frac{20}{100}\cdot y+9\cdot\frac{50}{100}\cdot z=2142 \\ y=2x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=500 \\ 9x+1{,}8y+4{,}5z=2142 \\ 2x-y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=500 \\ 90x+18y+45z=21420 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª Ec.

$$\begin{cases} x+y+z=500 \\ 90x+18y+45z=21420 \end{cases} \qquad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-90\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -90x-90y-90z=-45000 \\ 90x+18y+45z=21420 \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,- \end{cases}$$

-72y - 45z = -23580

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª Ec.

$$\begin{cases} x+y+z=500 \\ 2x-y=0 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-2\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -2x-2y-2z=-1000 \\ 2x-y \qquad =0 \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,- \end{cases}$$

-3y-2z = -1000

$$\begin{matrix} E_1' \\ E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=500 \\ -72y-45z=-23580 \\ -3y-2z=-1000 \end{cases}$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} -72y-45z=-23580 \\ -3y-2z=-1000 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow 24\mathrm{E_3}'-\mathrm{E_2}' \qquad \begin{cases} 72y+45z=23580 \\ -72y-48z=-24000 \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,- \end{cases}$$

-3z = -420

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=500 \\ -72y-45z=-23580 \\ -3z=-420 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=120 \\ y=240 \\ z=140 \end{matrix} \qquad \text{Se trata de un (S.C.D)}$$

El número de viajeros que han pagado el importe total es de 120 viajeros

El número de viajeros que han pagado el 20% del billete es de 240 viajeros

El número de viajeros que han pagado el 50% del billete es de 140 viajeros.

4. Andrés, Juan y Luis son tres amigos. Hablando un buen día sobre sus edades observan que: “El doble de la edad de Andrés más el triple de la edad de Juan es tres años superior a cuatro veces la edad de Luis. El triple de la edad de Luis menos el doble de la edad de Juan es siete años inferior al doble de la edad de Andrés. El doble de las edades de Andrés y Luis es tres años inferior a cinco veces la edad de Juan”. ¿Cuál es la edad de cada uno de los amigos?

Designamos: x: Edad de Andrés

y: Edad de Juan

z: Edad de Luis

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x+3y=3+4z \\ 3z-2y=2x-7 \\ 2(x+z)=5y-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+3y-4z=3 \\ -2x-2y+3z=-7 \\ 2x-5y+2z=-3 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} 2x+3y-4z=3 \\ -2x-2y+3z=-7 \end{cases} \qquad E_2' \rightarrow E_2+E_1 \qquad \begin{cases} 2x+3y-4z=3 \\ -2x-2y+3z=-7 \\ --------- \end{cases}$$

$$y - z = -4$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} 2x+3y-4z=3 \\ 2x-5y+2z=-3 \end{cases} \qquad E_3' \rightarrow E_3-E_1 \qquad \begin{cases} -2x-3y+4z=-3 \\ 2x-5y+2z=-3 \\ --------- \end{cases}$$

$$-8y + 6z = -6$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} y-z=-4 \\ -8y+6z=-6 \end{cases} \qquad E_3'' \rightarrow E_3'+8E_2' \qquad \begin{cases} 8y-8z=-32 \\ -8y+6z=-6 \\ ------- \end{cases}$$

$$-2z = -38$$

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} 2x+3y-4z=3 \\ y-z=-4 \\ -2z=-38 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=17 \\ y=15 \\ z=19 \end{matrix}$$

Se trata de un (S.C.D)

La edad de Andrés es de 17 Años

La edad de Juan es de 15 Años

La edad de Luis es de 19 Años

5. Un país importa 21 000 vehículos mensuales de 3 marcas A, B, C, al precio de 7 500; 9 100 y 12 000 euros, respectivamente. Si el total de la importación asciende a 201,8 millones de euros y de la marca A importa el 40% de las otras dos marcas juntas, ¿cuántos vehículos de cada mar entran en el país?

Designamos: x: número de vehículos importados de la marca A

y: número de vehículos importados de la marca B

z: número de vehículos importados de la marca C

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=21000 \\ 7500x+9100y+12000z=201800000 \\ x=\frac{40}{100}(y+z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=21000 \\ 75x+91y+120z=2018000 \\ 5x-2y-2z=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=21000 \\ 75x+91y+120z=2018000 \end{cases} \quad E_2' \rightarrow E_2-75E_1 \quad \begin{cases} -75x-75y-75z=-1575000 \\ 75x+91y+120z=2018000 \end{cases}$$

$$16y+45z=443000$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=21000 \\ 5x-2y-2z=0 \end{cases} \quad E_3' \rightarrow E_3-5E_1 \quad \begin{cases} -5x-5y-5z=-105000 \\ 5x-2y-2z=0 \end{cases}$$

$$-7y-7z=-105000$$

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{array}{l} E_2' \\ E_3' \end{array}\begin{cases} 16y+45z=443000 \\ -7y-7z=-105000 \end{cases} \quad E_3'' \rightarrow 16E_3'+7E_2' \quad \begin{cases} 112y+315z=3101000 \\ -112y-112z=-1680000 \end{cases}$$

$$203z=1421000$$

$$\begin{array}{l} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{array}\begin{cases} x+y+z=21000 \\ 16y+45z=443000 \\ 203z=1421000 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{array}{l} x=6000 \\ y=8000 \\ z=7000 \end{array}$$

Se trata de un (S.C.D)

El número de vehículos importados de la marca A es de 6000

El número de vehículos importados de la marca B es de 8000

El número de vehículos importados de la marca C es de 7000

6. Una tienda ha vendido 600 ejemplares de un videojuego por un total de 6384€. El original costaba 12€, pero también ha vendido copias, presuntamente defectuosas, con un descuento del 30% y 40%. Sabiendo que el número de copias vendidas fue la mitad del de originales, calcular a cuántas copias se le aplicó el descuento del 30%.

Designamos: x: número de videojuegos vendidos originales

y: número de videojuegos vendidos con un descuento del 30%

z: número de videojuegos vendidos con un descuento del 40%

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=600 \\ 12x+\frac{70}{100}\cdot 12y+\frac{60}{100}\cdot 12z=6384 \\ y+z=\frac{x}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=600 \\ 12x+8{,}4y+7{,}2z=6384 \\ x-2y-2z=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=600 \\ 60x+42y+36z=31920 \\ x-2y-2z=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=600 \\ 60x+42y+36z=31920 \end{cases} \qquad E_2' \rightarrow E_2-60E_1 \qquad \begin{cases} -60x-60y-60z=-36000 \\ 60x+42y+36z=31920 \\ -------------- \end{cases}$$

-18 y -24z = - 4080

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=600 \\ x-2y-2z=0 \end{cases} \qquad E_3' \rightarrow E_3-E_1 \qquad \begin{cases} -x-y-z=-600 \\ x-2y-2z=0 \\ ---------- \end{cases}$$

-3y -3z= -600

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} -18y-24z=-4080 \\ -3y-3z=-600 \end{cases} \qquad E_3'' \rightarrow 6E_3'-E_2' \qquad \begin{cases} 18y+24z=4080 \\ -18y-18z=-3600 \\ ---------- \end{cases}$$

6z = 480

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=600 \\ -18y-24z=-4080 \\ 6z=480 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=400 \\ y=120 \\ z=80 \end{matrix} \qquad \text{Se trata de un (S.C.D)}$$

El número de videojuegos vendidos originales es de 400 videojuegos

El número de videojuegos vendidos con un descuento del 30% es de 120 videojuegos

El número de videojuegos vendidos con un descuento del 40% es de 80 videojuegos

7. Hallar un número de 3 cifras, sabiendo que suman 9, que si al número dado se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es de 198; y que además, la cifra de las decenas es la media aritmética de las otras dos.

Designamos: x: cifra correspondiente a las centenas

y: cifra correspondiente a las decenas

z: cifra correspondiente a las unidades

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ (100x+10y+z)-(100z+10y+x)=198 \\ y=\frac{x+z}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=9 \\ 99x+0y-99z=198 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ 99x-99z=198 \end{cases} \quad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-99\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -99x-99y-99z=-891 \\ 99x \; -99z=198 \\ ------------- \end{cases}$$

-99 y -198z = -693

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ x-2y+z=0 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -\mathrm{x}-\mathrm{y}-\mathrm{z}=-9 \\ \mathrm{x}-2\mathrm{y}+\mathrm{z}=0 \\ --------- \end{cases}$$

-3y = - 9

- $\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=9 \\ -99y-198z=-693 \\ -3y=-9 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x=4 \\ y=3 \\ z=2 \end{matrix}$ Se trata de un (S.C.D)

La cifra de las centenas es el número 4

La cifra de las centenas es el número 3

La cifra de las centenas es el número 2

El número buscado es el número 432

8. Averigua la edad de tres hermanos, sabiendo que el triple de la edad del primero menos el doble de la edad del segundo más la del tercero hacen un total de 22 años; la edad del primero menos la del segundo más el doble de la del tercero son 8 años; y el doble de la del primero más la del segundo menos la del tercero son 20 años.

Designamos: x: Edad del primer hermano

y: Edad del segundo hermano

z: Edad del tercer hermano

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3x-2y+z=22 \\ x-y+2z=8 \\ 2x+y-z=20 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} 3x-2y+z=22 \\ x-y+2z=8 \end{cases} \qquad \mathrm{E_2}' \rightarrow 3\mathrm{E_2}-\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -3x+2y-z=-22 \\ 3x-3y+6z=24 \\ ---------- \end{cases}$$

- y +5z = 2

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} 3x-2y+z=22 \\ 2x+y-z=20 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}' \rightarrow 3\mathrm{E_3}-2\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -6\mathrm{x}+4\mathrm{y}-2\mathrm{z}=-44 \\ 6\mathrm{x}+3\mathrm{y}-3\mathrm{z}=60 \\ ---------- \end{cases}$$

7y -5z= 16

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} -y+5z=2 \\ 7y-5z=16 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow \mathrm{E_3}'+7\mathrm{E_2}' \qquad \begin{cases} -7y+35z=14 \\ 7y-5z=16 \\ -------- \end{cases}$$

30z = 30

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} 3x-2y+z=22 \\ -y+5z=2 \\ 30z=30 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=9 \\ y=3 \\ z=1 \end{matrix} \qquad \text{Se trata de un (S.C.D)}$$

La edad del primer hermano es de 9 años

La edad del segundo hermano es de 3 años

La edad del tercer hermano es de 1 año

9. La distancia de tres playas (A, B, C) al lugar de veraneo de una familia es tal que el doble de la distancia de A es el triple de la distancia a B. La suma de las distancias A, B y C es de 90.000m, y el doble de la distancia a B más el triple de la distancia a C menos la distancia a A es igual a 130.000 m. ¿Cuál es la distancia de cada playa?

Designamos: x: la distancia en metros a la playa A

y: la distancia en metros a la playa B

z: la distancia en metros a la playa C

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x = 3y \\ x + y + z = 90000 \\ 2y + 3z - x = 130000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x + y + z = 90.000 \\ -x + 2y + 3z = 130.000 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ x + y + z = 90.000 \end{cases} \quad E_2' \rightarrow 2E_2 - E_1 \quad \begin{cases} -2x + 3y = 0 \\ 2x + 2y + 2z = 180.000 \\ \text{-----------------} \end{cases}$$

5y +2z = 180.000

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -x + 2y + 3z = 130.000 \end{cases} \quad E_3' \rightarrow 2E_3 + E_1 \quad \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -2x + 4y + 6z = 260.000 \\ \text{-----------------} \end{cases}$$

y+6z = 260.000

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} 5y + 2z = 180.000 \\ y + 6z = 260.000 \end{cases} \quad E_3'' \rightarrow 5E_3' - E_2' \quad \begin{cases} -8y - 2z = -180.000 \\ 5y + 30z = 1.300.000 \\ \text{-----------------} \end{cases}$$

28z = 1.120.000

- $$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 5y + 2z = 180.000 \\ 28z = 1.120.000 \end{cases} \quad \text{Solución: } \begin{matrix} x = 30.000 \\ y = 20.000 \\ z = 40.000 \end{matrix}$$ Se trata de un (S.C.D)

La distancia a la playa A es de 30.000 m

La distancia a la playa B es de 20.000 m

La distancia a la playa C es de 40.000 m

10. Una papelería tiene un total de 270 bolígrafos de tres tipos x, y, z . Del tipo x tienen 30 unidades menos que de la totalidad de y más z, y del tipo z tienen el 35% de la suma de x más y. ¿Cuántos bolígrafos de cada tipo hay en la librería?

Designamos: x: número de bolígrafos de tipo x

y: número de bolígrafos de tipo y

z: número de bolígrafos de tipo z

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=270 \\ x=y+z-30 \\ z=\frac{35}{100}(x+y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=270 \\ x-y-z=-30 \\ 7x+7y-20z=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=270 \\ x-y-z=-30 \end{cases} \quad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -x-y-z=-270 \\ x-y-z=-30 \\ -------- \end{cases}$$

-2y -2z = -300

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=270 \\ 7x+7y-20z=0 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-7\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -7x-7y-7z=-1890 \\ 7x+7y-20z=0 \\ ---------- \end{cases}$$

-27z = -1890

- $\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=270 \\ -2y-2z=-300 \\ -27z=-1890 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x=120 \\ y=80 \\ z=70 \end{matrix}$ Se trata de un (S.C.D)

El número de bolígrafos de tipo x es de 120

El número de bolígrafos de tipo y es de 80

El número de bolígrafos de tipo z es de 70

11. Un grupo de personas se reúne para ir de excursión, juntándose un total de 20 entre hombres , mujeres y niños. Contando hombres y mujeres juntos su número resulta ser el triple del número de niños. Además, si hubiera acudido una mujer más, su número igualaría al de hombres. Averigua cuantos hombres, mujeres y niños han ido a la excursión.

Designamos: x: Número de hombres en la excursión

y: Número de mujeres en la excursión

z: Número de niños en la excursión

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y=3z \\ y+1=x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y-3z=0 \\ x-y=1 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ x+y-3z=0 \end{cases} \quad E_2{}' \rightarrow E_2 - E_1 \quad \begin{cases} -x-y-z=-20 \\ x+y-3z=0 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-4z = -20

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ x-y=1 \end{cases} \quad E_3{}' \rightarrow E_3 - E_1 \quad \begin{cases} -x-y-z=-20 \\ x-y=1 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-2y -z= -19

$$\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix} \begin{cases} x+y+z=20 \\ -4z=-20 \\ -2y-z=-19 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=8 \\ y=7 \\ z=5 \end{matrix} \quad \text{Se trata de un (S.C.D)}$$

A la excursión acudirán 8 hombres

A la excursión acudirán 7 mujeres

A la excursión acudirán 5 niños

12. En una confitería envasan bombones en cajas de 250 g, 500g y 1 kg. Cierto día se envasaron 60 cajas en total, habiendo 5 cajas más de tamaño pequeño (250gr) que de tamaño mediano (500g). Sabiendo que el precio del kilogramo de bombones es de 40€ y que el importe total de los bombones envasados asciende a 1250 €. ¿Cuántas cajas de cada tipo se han envasado? Solución : (25,20,15)

Designamos: x: número de cajas de 250gr de bombones

y: número de cajas de 500gr de bombones

z: número de cajas de 1000 gr de bombones

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=60 \\ x=y+5 \\ 10x+20y+40z=1250 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=60 \\ x-y=5 \\ x+2y+4z=125 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=60 \\ x-y=5 \end{cases} \quad E_2' \rightarrow E_2 - E_1 \quad \begin{cases} -x-y-z=-60 \\ x-y=5 \\ \text{— — — — — — — — —} \end{cases}$$

-2y -z = -55

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=60 \\ x+2y+4z=125 \end{cases} \quad E_3' \rightarrow E_3 - E_1 \quad \begin{cases} -x-y-z=-60 \\ x+2y+4z=125 \\ \text{— — — — — — — — —} \end{cases}$$

y+3z = 65

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} -2y-z=-55 \\ y+3z=65 \end{cases} \quad E_3'' \rightarrow 2E_3' + E_2' \quad \begin{cases} -2y-z=-55 \\ 2y+6z=130 \\ \text{— — — — — — —} \end{cases}$$

5z = 75

- $$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=60 \\ -2y-z=-55 \\ 5z=75 \end{cases} \quad \text{Solución: } \begin{matrix} x=25 \\ y=20 \\ z=15 \end{matrix}$$ Se trata de un (S.C.D)

El número de cajas de 250gr de bombones es de 25

El número de cajas de 500gr de bombones es de 20

El número de cajas de 1000gr de bombones es de 15

13. Una multinacional de seguros tiene delegaciones en Madrid, Barcelona y Valencia. El nº total de ejecutivos de las tres delegaciones asciende a 31. Para que el nº de ejecutivos de la delegación de Barcelona fuese igual al de Madrid, tendrían que trasladarse tres de ellos de Madrid a Barcelona. Además, el nº de ejecutivos de Madrid excede en uno a la suma de los destinos en las otras dos ciudades. ¿Cuántos ejecutivos están destinados en cada ciudad? Solución: (16,10,5)

Designamos: x: número de ejecutivos destinados en Madrid

y: número de ejecutivos destinados en Barcelona

z: número de ejecutivos destinados en Valencia

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=31 \\ y+3=x-3 \\ x=y+z+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=31 \\ x-y=6 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=31 \\ x-y=6 \end{cases} \qquad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -x-y-z=-31 \\ x-y=6 \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,- \end{cases}$$

-2y-z = -25

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=31 \\ x-y-z=1 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -\mathrm{x}-\mathrm{y}-\mathrm{z}=-31 \\ \mathrm{x}-\mathrm{y}-\mathrm{z}=1 \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,-\,- \end{cases}$$

-2y-2z = -30

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada ($E_2{}'$) y la 3ª Ecuación transformada ($E_3{}'$) y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2{}' \\ E_3{}' \end{matrix}\begin{cases} -2y-z=-25 \\ -2y-2z=-30 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow \mathrm{E_3}'-\mathrm{E_2}' \qquad \begin{cases} 2y+z=25 \\ -2y-2z=-30 \\ -\,-\,-\,-\,-\,-\,- \end{cases}$$

-z = -5

- $\begin{matrix} E_1 \\ E_2{}' \\ E_3{}'' \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=31 \\ -2y-z=-25 \\ -z=-5 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x=16 \\ y=10 \\ z=5 \end{matrix}$ Se trata de un (S.C.D)

16 ejecutivos están destinados en Madrid

10 ejecutivos están destinados en Barcelona

5 ejecutivos están destinados en Valencia

14. Los gastos diarios de tres estudiantes, Marta, Raúl y Pedro, suman 15,45 €. Si a lo que gasta Marta se le suma el triple de la diferencia entre los gastos de Raúl y Pedro obtenemos lo que gasta Pedro. Además, ocho veces la diferencia entre el gasto de Raúl y el de Marta es igual al gasto de Marta. Averigua cuál es la cantidad que gasta cada uno. Solución: (4,8€; 5,4€; 5,25€)

Designamos: x: gastos diarios expresados en euros gastados por Marta

y: gastos diarios expresados en euros gastados por Raúl

z: gastos diarios expresados en euros gastados por Pedro

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=15{,}45 \\ x+3(y-z)=z \\ 8(y-x)=x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=15{,}45 \\ x+3y-4z=0 \\ -9x+8y=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=15{,}45 \\ x+3y-4z=0 \end{cases} \qquad E_2' \rightarrow E_2 - E_1 \qquad \begin{cases} -x-y-z=-15{,}45 \\ x+3y-4z=0 \\ ---------- \end{cases}$$

2y-5z = -15,45

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=15{,}45 \\ -9x+8y=0 \end{cases} \qquad E_3' \rightarrow E_3+9E_1 \qquad \begin{cases} 9x+9y+9z=139{,}05 \\ -9x+8y=0 \\ -------- --- \end{cases}$$

17y + 9z = 139,05

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} 2y-5z=-15{,}45 \\ 17y+9z=139{,}05 \end{cases} \qquad E_3'' \rightarrow 2E_3' - 17E_2' \qquad \begin{cases} -34y+85z=262{,}65 \\ 34y+18z=278{,}1 \\ ---------- \end{cases}$$

103z = 540,75

- $\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=15{,}45 \\ 2y-5z=-15{,}45 \\ 103z=540{,}75 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x=4{,}8 \\ y=5{,}4 \\ z=5{,}25 \end{matrix}$ Se trata de un (S.C.D)

Los gastos diarios de Marta son de 4,8€

Los gastos diarios de Raúl son de 5,4€

Los gastos diarios de Pedro son de 5,25€

15. Un cajero automático contiene 95 billetes de 10,20 y 50 € y un total de 2000€. Si el número de billetes de 10€ es el doble que el número de billetes de 20€, averigua cuántos billetes hay de cada tipo. Solución: (50,25,20)

Designamos: x: número de billetes de 10€

y: número de billetes de 20€

z: número de billetes de 50€

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=95 \\ 10x+20y+50z=2000 \\ x=2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=95 \\ x+2y+5z=200 \\ x-2y=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=95 \\ x+2y+5z=200 \end{cases} \qquad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -x-y-z=-95 \\ x+2y+5z=200 \\ ------------ \end{cases}$$

y + 4z = 105

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=95 \\ x-2y=0 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -\mathrm{x}-\mathrm{y}-\mathrm{z}=-95 \\ \mathrm{x}-2\mathrm{y}=0 \\ ---------- \end{cases}$$

-3y-z = -95

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} y+4z=105 \\ -3y-z=-95 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow \mathrm{E_3}'+3\mathrm{E_2}' \qquad \begin{cases} 3y+12z=315 \\ -3y-z=-95 \\ ------------ \end{cases}$$

11z = 220

- $$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=95 \\ y+4z=105 \\ 11z=220 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=50 \\ y=25 \\ z=20 \end{matrix} \quad \text{Se trata de un (S.C.D)}$$

Tendremos 50 billetes de 10€

Tendremos 25 billetes de 20€

Tendremos 20 billetes de 50€

16. Un joyero tiene tres clases de monedas: A, B, C. las monedas de tipo A tienen 2 gramos de oro, 4 gr de plata y 14 gr de cobre; las de tipo B tienen 6 gr de oro, 4 gr de plata y 10 gr de cobre y las de tipo C tienen 8 gr de oro, 6 gr de plata y 6 gr de cobre. ¿Cuántas monedas de cada tipo debe fundir para obtener 44 gr de oro, 44 gr de plata y 112 gr de cobre? Solución: (5,3,2)

Designamos: x: número de monedas A

y: número de monedas B

z: número de monedas C

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x+6x+8z=44 \\ 4x+4y+6z=44 \\ 14x+10y+6z=112 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y+4z=22 \\ 2x+2y+3z=22 \\ 7x+5y+3z=56 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+3y+4z=22 \\ 2x+2y+3z=22 \end{cases} \quad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-2\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -2x-6y-8z=-44 \\ \quad 2x+2y+3z=22 \\ \text{— — — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-4y -5z = -22

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+3y+4z=22 \\ 7x+5y+3z=56 \end{cases} \quad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-7\mathrm{E_1} \quad \begin{cases} -7\mathrm{x}-21\mathrm{y}-28\mathrm{z}=-154 \\ \quad 7\mathrm{x}+5\mathrm{y}+3\mathrm{z}=56 \\ \text{— — — — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-16y-25z = - 98

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} -4y-5z=-22 \\ -16y-25z=-98 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow \mathrm{E_3}'-4\mathrm{E_2}' \quad \begin{cases} 16y+20z=88 \\ -16y-25z=-98 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-5z = -10

- $$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} x+3y+4z=22 \\ -4y-5z=-22 \\ \qquad -5z=-10 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=5 \\ y=3 \\ z=2 \end{matrix} \quad \text{Se trata de un (S.C.D)}$$

Tendremos 5 monedas de tipo A

Tendremos 3 monedas de tipo B

Tendremos 2 monedas de tipo C

17. Un fabricante produce 42 electrodomésticos. La fábrica abastece a 3 tiendas, que demandan toda la producción. En una cierta semana, la primera tienda solicitó tantas unidades como la segunda y la tercera juntas, mientras que la segunda pidió un 20% más que la suma de la mitad de lo pedido por la primera más la tercera parte de lo pedido por la tercera. ¿Qué cantidad solicitó cada una? Solución: (21,15,6)

Designamos: x: número de electrodomésticos que demanda la primera tienda

y: número de electrodomésticos que demanda la segunda tienda

z: número de electrodomésticos que demanda la tercera tienda

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y+z=42 \\ x=y+z \\ y=\frac{120}{100}\left(\frac{x}{2}+\frac{z}{3}\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y+z=42 \\ x-y-z=0 \\ 3x-5y+2z=0 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} x+y+z=42 \\ x-y-z=0 \end{cases} \qquad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2}-\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -x-y-z=-42 \\ x-y-z=0 \\ \text{-----------} \end{cases}$$

-2y -2z = -42

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} x+y+z=42 \\ 3x-5y+2z=0 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}' \rightarrow \mathrm{E_3}-3\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -3x-3y-3z=-126 \\ 3x-5y+2z=0 \\ \text{-----------} \end{cases}$$

-8y-z = - 126

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix}\begin{cases} -2y-2z=-42 \\ -8y-z=-126 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow \mathrm{E_3}'-4\mathrm{E_2}' \qquad \begin{cases} 8y+8z=168 \\ -8y-z=-126 \\ \text{-------} \end{cases}$$

7z = 42

- $$\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix}\begin{cases} x+y+z=42 \\ -2y-2z=-42 \\ 7z=42 \end{cases} \qquad \text{Solución: } \begin{matrix} x=21 \\ y=15 \\ z=6 \end{matrix}$$ Se trata de un (S.C.D)

La primera tienda demanda 21 electrodomésticos

La segunda tienda demanda 15 electrodomésticos

La tercera tienda demanda 6 electrodomésticos

18. Un videoclub está especializado en películas de tres tipos: infantiles, oeste americano y terror. Se sabe que: El 60% de las películas infantiles más el 50% de las del oeste representan el 30% del total de las películas. El 20% de las infantiles más el 60% de las del oeste más del 60% de las de terror representan la mitad del total de las películas. Hay 100 películas más del oeste que de infantiles. Halla el número de películas de cada tipo. Solución: (500,600, 900)

Designamos: x: número de películas infantiles

y: número de películas del oeste americano

z: número de películas de terror

Planteamos el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{30}{100}(x+y+z) \\ \frac{20}{100}x + \frac{60}{100}y + \frac{60}{100}z = \frac{x+y+z}{2} \\ y = x + 100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 30x + 20y - 30z = 0 \\ 30x - 10y - 10z = 0 \\ x - y = -100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ 3x - y - z = 0 \\ x - y = -100 \end{cases}$$

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 2ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 2ª

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ 3x - y - z = 0 \end{cases} \qquad \mathrm{E_2}' \rightarrow \mathrm{E_2} - \mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -3x - 2y + 3z = 0 \\ 3x - y - z = 0 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-3y +2z = 0

- Aplicamos el método de reducción con la 1ª y 3ª Ecuación para eliminar la incógnita x en la 3ª.

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ x - y = -100 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}' \rightarrow 3\mathrm{E_3} - 3\mathrm{E_1} \qquad \begin{cases} -3x - 2y + 3z = 0 \\ 3x - 3y = -300 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-5y+3z = -300

- Cogemos la 2ª Ecuación transformada (E_2') y la 3ª Ecuación transformada (E_3') y aplicamos el método de reducción para eliminar la incógnita y en la 3ª Ecuación transformada.

$$\begin{matrix} E_2' \\ E_3' \end{matrix} \begin{cases} -3y + 2z = 0 \\ -5y + 3z = -300 \end{cases} \qquad \mathrm{E_3}'' \rightarrow 3\mathrm{E_3}' - 5\mathrm{E_2}' \qquad \begin{cases} 15y - 10z = 0 \\ -15y + 9z = -900 \\ \text{— — — — — — — — — —} \end{cases}$$

-z = -900

- $\begin{matrix} E_1 \\ E_2' \\ E_3'' \end{matrix} \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 0 \\ -3y + 2z = 0 \\ -z = -900 \end{cases}$ Solución: $\begin{matrix} x = 500 \\ y = 600 \\ z = 900 \end{matrix}$ Se trata de un (S.C.D)

El videoclub dispone de 500 películas infantiles

El videoclub dispone de 600 películas del oeste americano

El videoclub dispone de 900 películas de terror