

## Inecuaciones

### Inecuaciones Lineales

- a)  $\frac{6x}{5} - \frac{1}{3} \leq \frac{2}{3} - 1$  Solución:  $(-\infty, 0]$
- b)  $\frac{2}{3} \left[ x - \left( 1 - \frac{x-2}{3} \right) \right] + 1 \leq x$  Solución:  $[-1, \infty)$
- c)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{6} < \frac{-x+2}{5}$  Solución:  $(-\infty, \frac{6}{13})$
- d)  $\frac{2x+1}{3} - \frac{x}{4} \geq \frac{5x}{2} + \frac{1}{2}$  Solución:  $(-\infty, \frac{-2}{25}]$
- e)  $\frac{5x}{7} - \frac{13}{21} + \frac{x}{15} < \frac{9}{25} - \frac{2x}{35}$  Solución:  $(-\infty, \frac{257}{220})$
- f)  $\frac{3x-3}{5} - \frac{4x+8}{2} < \frac{x}{4} - 3x$  Solución:  $(-\infty, \frac{92}{27})$
- g)  $2(3+x) > \frac{8+x}{3}$  Solución:  $(-2, \infty)$
- h)  $\frac{x+1}{2} - 3x \geq \frac{1-5x}{3} + 4$  Solución:  $(-\infty, \frac{-23}{5}]$
- i)  $\frac{x-10}{-2} \leq 1 + \frac{1-(2x+3)}{-3}$  Solución:  $[\frac{20}{7}, \infty)$
- j)  $\frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+7}{3}$  Solución:  $(-\infty, 4]$
- k)  $2 - \frac{x-3}{2} \leq 1 + \frac{3-x}{3}$  Solución:  $[9, \infty)$
- l)  $\frac{x-3}{-1} > \frac{x-3}{1}$  Solución:  $(-\infty, 3)$
- m)  $\frac{-2(2+x)}{2} \leq \frac{-x+3}{3}$  Solución:  $[\frac{-9}{2}, \infty)$

### Inecuaciones de Segundo Grado y Polinómicas

- a)  $(x+1)x^2(x-3) > 0$  Solución:  $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$
- b)  $x(x-1) > x^2 + 3x + 1$  Solución:  $(-\infty, -1/4)$
- c)  $x(x+2) - (x-1) \geq (x+1) \cdot (x-1)$  Solución:  $[-2, \infty)$
- d)  $2(x+3) + 3(x-1) \leq 2(x+2)$  Solución:  $(-\infty, 1/3]$
- e)  $x(x+3) - 2x > 4 + 4x$  Solución:  $(-\infty, -1) \cup (4, \infty)$
- f)  $(x+1) \cdot (x+1) < 0$  Solución: No tiene solución
- g)  $(x-1)^2 - (x+2)^2 + 3x \leq 1 - 7x$  Solución:  $(-\infty, 1]$
- h)  $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{11x+2}{15} < \frac{x^2-1}{3}$  Solución:  $(-\infty, -12)$
- i)  $x^3 - 11x^2 + 10x \leq 0$  Solución:  $(-\infty, 0] \cup [1, 10]$

**Inecuaciones Racionales**

- a)  $\frac{4-x^2}{(x-3)^2} > 0$  Solución:  $-2 < x < 2$
- b)  $\frac{x^2-x-2}{2x^2-x-1} \geq 0$  Solución:  $(-\infty, -1] \cup (-1/2, 1) \cup [2, \infty)$
- c)  $\frac{x^4-3x^3+2x^2}{x^4+2x^3-3x^2-4x+4} \leq 0$  Solución:  $(1, 2)$
- d)  $\frac{x^2-1}{-x^2+2x-1} \leq 0$  Solución:  $(-\infty, -1] \cup (1, \infty)$
- e)  $\frac{x^2-7x+12}{(x+2)^3-3x^2-16x-20} \geq 0$  Solución:  $(-3, -2) \cup (2, 3] \cup [4, \infty)$
- f)  $\frac{x^4-13x^2+36}{x^2-2x+1} \geq 0$  Solución:  $(-\infty, -3] \cup [-2, 1) \cup (1, 2] \cup [3, \infty)$
- g)  $\frac{x^2-5x+4}{x^2-5x+6} < 0$  Solución:  $(1, 2) \cup (3, 4)$
- h)  $\frac{x+3}{x-2} < 2$  Solución:  $(-\infty, 2) \cup (7, \infty)$

**Sistemas de Inecuaciones****Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita**

- a)  $\begin{cases} 4x-3 < 1 \\ x+6 > 2 \end{cases}$  Solución:  $(-4, 1)$
- b)  $\begin{cases} 5-x < -12 \\ 16-2x < 3x-3 \end{cases}$  Solución:  $(17, \infty)$
- c)  $\begin{cases} 2x-3 < 0 \\ 5x+1 > 0 \end{cases}$  Solución:  $(-\frac{1}{5}, \frac{3}{2})$
- d)  $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} \leq x \\ \frac{4x-2}{4} - \frac{x-1}{3} \geq x \end{cases}$  Solución:  $[\frac{-11}{7}, \frac{-1}{2}]$
- e)  $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{5} > 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{4x}{9} > 5 \end{cases}$  Solución:  $(90, \infty)$

f) 
$$\begin{cases} x + \frac{1}{5} < 3 \\ x < \frac{4 - 2x}{5} \end{cases}$$
 Solución:  $(-\infty, \frac{4}{7})$

g) 
$$\begin{cases} 3x - 2 > 7 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$$
 Solución:  $(4, \infty)$

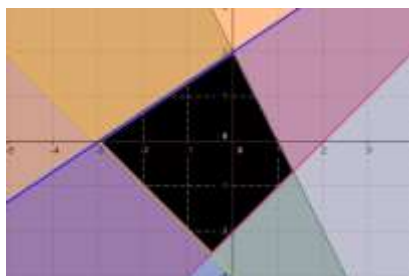
h) 
$$\begin{cases} 3x + 8 \leq x + 14 \\ 2x > \frac{3x}{2} - 1 \end{cases}$$
 Solución:  $(-2, 3]$

i) 
$$\begin{cases} 4(x-1) + \frac{x}{2} < x - \frac{5}{3} \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{6} \leq 2 \\ 2x - 3 < 3x - 2 \end{cases}$$
 Solución:  $(-1, \frac{14}{21})$

**Sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas**

- Las solución viene representada en negro

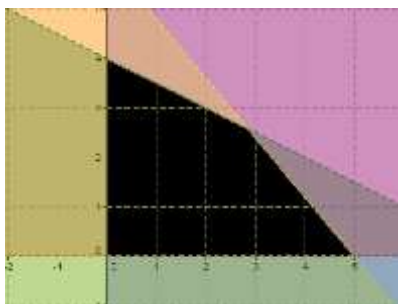
a) 
$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x + y > -3 \\ x - y \leq 2 \\ 2x - 3y > -6 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible Acotada

Vértices 
$$\begin{cases} A(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}) \text{ Es solución} \\ B(0, 2) \text{ No es solución} \\ C(-3, 0) \text{ No es solución} \\ D(\frac{-1}{2}, \frac{-5}{2}) \text{ No es solución} \end{cases}$$

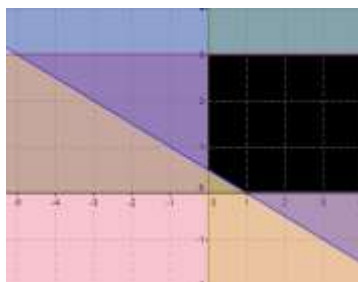
b) 
$$\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ 6x + 5y < 30 \\ x + 2y < 8 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible Acotada

Vértices 
$$\begin{cases} A(0, 0) \text{ No es solución} \\ B(0, 4) \text{ No es solución} \\ C(\frac{20}{7}, \frac{18}{7}) \text{ No es solución} \\ D(5, 0) \text{ No es solución} \end{cases}$$

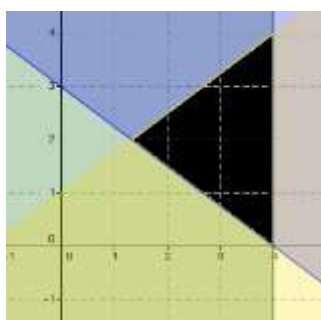
$$c) \begin{cases} 2y \geq -x + 1 \\ x \geq 0 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible No Acotada

$$\text{Vértices} \begin{cases} A(0,3) & \text{Es solución} \\ B(0, \frac{1}{2}) & \text{Es solución} \\ C(1,0) & \text{Es solución} \end{cases}$$

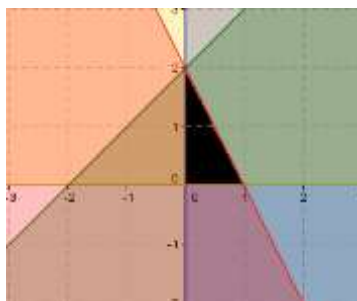
$$d) \begin{cases} 3x + 4y \geq 12 \\ -3x + 4y \leq 4 \\ x - 4 \leq 0 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible Acotada

$$\text{Vértices} \begin{cases} A(\frac{4}{3}, 2) & \text{Es solución} \\ B(4,4) & \text{Es solución} \\ C(4,0) & \text{Es solución} \end{cases}$$

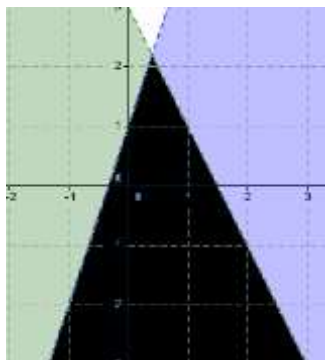
$$e) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2 \geq y \\ -2(-x+1) \leq -y \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible Acotada

$$\text{Vértices} \begin{cases} A(0,0) & \text{Es solución} \\ B(1,0) & \text{Es solución} \\ C(0,2) & \text{Es solución} \end{cases}$$

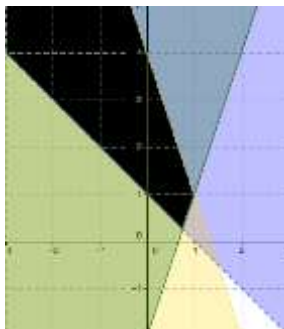
$$f) \begin{cases} 3x - y + 1 > 0 \\ 2x + y - 3 < 0 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible No Acotada

$$\text{Vértices} \left\{ A\left(\frac{2}{5}, \frac{11}{5}\right) \right. \quad \text{No es solución}$$

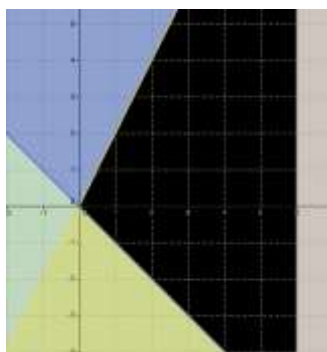
j) 
$$\begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ 3x + y - 4 < 0 \\ 3x - y \leq 2 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible No Acotada

Vértices  $\begin{cases} A(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}) & \text{No es solución} \\ B(1,1) & \text{No es solución} \end{cases}$

k) 
$$\begin{cases} x + y \geq 0 \\ 2x - y \geq 0 \\ x \leq 6 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible Acotada

Vértices  $\begin{cases} A(0,0) & \text{Es solución} \\ B(6,-6) & \text{Es solución} \\ C(6,12) & \text{Es solución} \end{cases}$

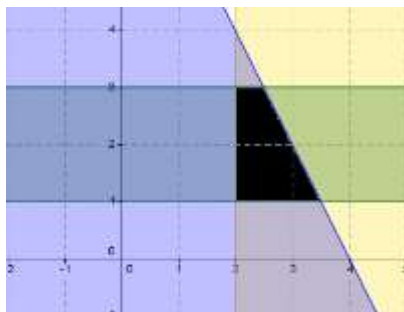
l) 
$$\begin{cases} y \leq x + 3 \\ 2y \leq -x + 10 \\ -y \geq -2 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible No Acotada

Vértices  $\begin{cases} A(-1,2) & \text{Es solución} \\ B(6,2) & \text{Es solución} \end{cases}$

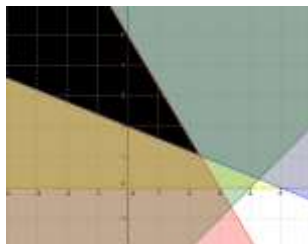
k) 
$$\begin{cases} 2x + y \leq 8 \\ 1 \leq y \leq 3 \\ 2 \leq x \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible Acotada

Vértices  $\begin{cases} A(2,3) & \text{Es solución} \\ B(\frac{5}{2}, 3) & \text{Es solución} \\ C(2,1) & \text{Es solución} \\ D(\frac{7}{2}, 1) & \text{Es solución} \end{cases}$

$$1) \begin{cases} 2x + 5y \geq 10 \\ 5x + 3y \leq 15 \\ x - y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



Se trata de una Región Factible No Acotada

Vértices  $\{ A(\frac{45}{19}, \frac{20}{19}) \}$  Es solución

**Problemas de Inecuaciones**

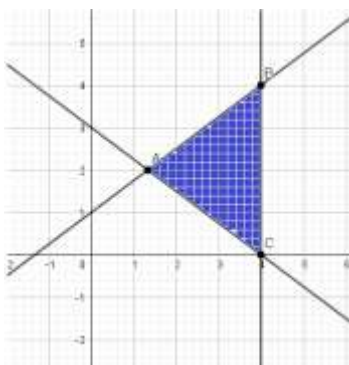
1) Repartimos varios exámenes entre dos clases de un colegio. El triple de exámenes de la clase de 1ºA más el cuádruple de exámenes de 1ºB no puede ser menor que 12, pero el cuádruple de exámenes de 1ºB menos el triple de exámenes de 1ºA no puede ser superior a 4. Suponiendo que los exámenes de la clase de 1ºA no pueden ser superior a 4. ¿Cuántos exámenes podemos repartir en cada clase? (Escribe todas las soluciones posibles)

Llamamos x al número de exámenes de la clase de 1ºA e y al número de exámenes de la clase de 1ºB

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 3x + 4y \geq 12 \\ 4y - 3x \leq 4 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Añadimos  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$  debido a que los exámenes no pueden ser negativos.



La región factible está acotada .

Por lo tanto todas las soluciones enteras positivas posibles (ya que no podemos tener 1,2 exámenes) serán aquellas que se encuentren dentro de esta región factible:

(4,0) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (3,1) (3,2) (3,3) (2,2) → 9 soluciones

- 4 exámenes de 1ºA y 0 de 1ºB
- 4 exámenes de 1ºA y 1 de 1ºB
- 4 exámenes de 1ºA y 2 de 1ºB
- 4 exámenes de 1ºA y 3 de 1ºB
- 4 exámenes de 1ºA y 4 de 1ºB
- 3 exámenes de 1ºA y 1 de 1ºB
- 3 exámenes de 1ºA y 2 de 1ºB
- 3 exámenes de 1ºA y 3 de 1ºB
- 2 exámenes de 1ºA y 2 de 1ºB

- 2) Se quieren fabricar camisetas deportivas de dos calidades, que se diferencian en la proporción de algodón y de fibra sintética que se utiliza.

La tabla siguiente da la composición de cada tipo de camiseta:

	Unidades de algodón	Unidades de fibra sintética
Calidad extra	4	1
Calidad media	2	3

Para confeccionar todas las camisetas disponemos de unidades no superiores a 260 unidades en el caso de las de algodón y de 190 unidades en el caso de fibra sintética. Las camisetas de cada tipo no pueden ser menores de 0.

- Determina, de forma gráfica, las diferentes posibilidades que hay de producir camisetas.
- ¿es posible confeccionar 50 camisetas de calidad extra y 40 de calidad media?

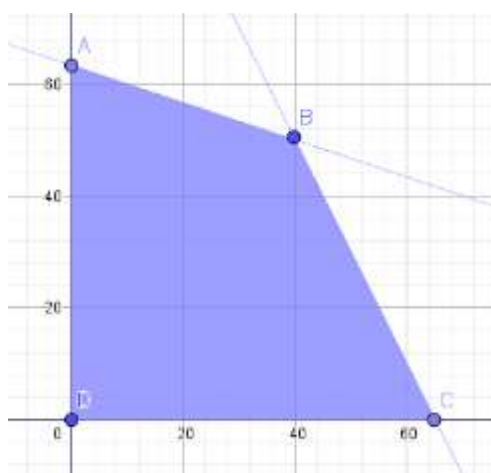
Llamamos  $x$  al número de camisetas de calidad extra e  $y$  al número camisetas de calidad media.

	Cantidad	Unidades de Algodón	Unidades de Fibra Sintética
Calidad Extra	$x$	$4x$	$x$
Calidad Media	$y$	$2y$	$3y$
Total		$4x+2y$	$x+3y$

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 260 \\ x + 3y \leq 190 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Añadimos  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$  debido a que el número de camisetas no pueden ser negativos.



La región factible está acotada .

Calculamos los vértices de la región factible:

A  $(0, \frac{190}{3}) \rightarrow$  No sería solución, ya que no se trata de un número natural.

B ( 40,50)

C (65,0)

D (0,0)

- No es posible ya que el punto (50,40) se encuentra fuera de la región factible.

- 3) Para sufragar los gastos del viaje de fin de curso, los alumnos van a confeccionar y vender adornos de dos tipos. Para ello cuentan con 1200 bolas blancas, 270 bolas negras y 28 metros de hilo plateado. Cada adorno de tipo A precisa de 20 cm de hilo, 15 bolas blancas y 3 bolas negras, y para cada adorno de tipo B, 40 cm de hilo, 10 bolas blancas y 3 bolas negras.
- Representa gráficamente y calcula los vértices de la región factible.
  - Indica si es posible elaborar 50 adornos de tipo A y 45 de tipo B.

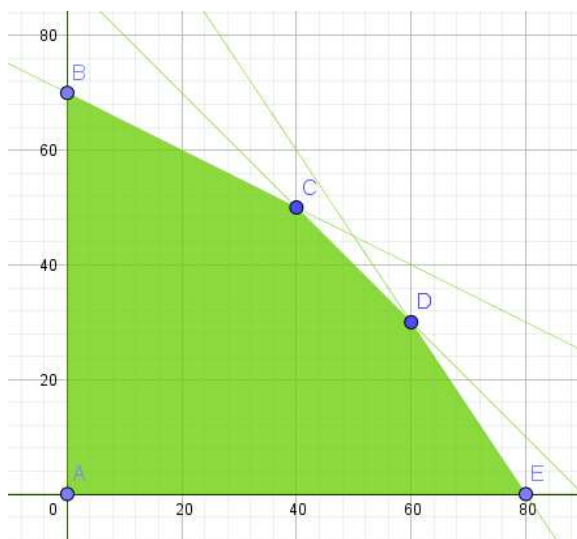
Llamamos x al número de adornos de tipo A e y al número de adornos de tipo B.

	Cantidad	Hilo	Bolas Blancas	Bolas Negras
Adorno Tipo A	x	20x	15x	3x
Adorno Tipo B	y	40y	10y	3y
Total		20x+40y	15x+10y	3x+3y

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 20x + 40y \leq 2800 \\ 15x + 10y \leq 1200 \\ 3x + 3y \leq 270 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Añadimos  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$  debido a que el número de adornos no pueden ser negativos.



La región factible está acotada .

Calculamos los vértices de la región factible:

- A (0,0)
- B ( 0,70)
- C (40,50)
- D (60,30)
- E (80,0)

- b) No es posible ya que el punto (50,45) se encuentra fuera de la región factible.



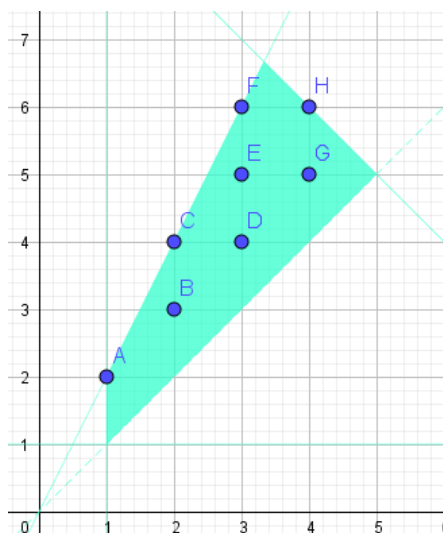
- 4) Repartimos varias bolas entre dos cajas. En la caja de la izquierda debe haber menos bolas que en la caja de la derecha, pero en esta no debe haber más del doble que en aquella. No podemos repartir más de 10 bolas. Suponiendo que debe haber alguna bola en cada caja. ¿Cuántas bolas podemos tener en cada caja?

Llamamos  $x$  al número de bolas de la caja de la izquierda e  $y$  al número de bolas de la caja de la derecha.

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x < y \\ y \leq 2x \\ x + y \leq 10 \\ x \geq 1 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

Añadimos  $x \geq 1$  e  $y \geq 1$  debido a que el número de bolas de cada caja debe ser de al menos una unidad.



La región factible está acotada .

Por lo tanto todas las soluciones enteras positivas posibles (ya que no podemos tener 1,2 bolas) serán aquellas que se encuentren dentro de esta región factible:

(1,2) (2,3) (2,4) (3,4) (3,5) (3,6) (4,5) (4,6) → 8 soluciones

- 1 bola en la caja de la izquierda y 2 bolas en la derecha.
  - 2 bolas en la caja de la izquierda y 3 bolas en la derecha.
  - 2 bolas en la caja de la izquierda y 4 bolas en la derecha.
  - 3 bolas en la caja de la izquierda y 4 bolas en la derecha.
  - 3 bolas en la caja de la izquierda y 5 bolas en la derecha.
  - 3 bolas en la caja de la izquierda y 6 bolas en la derecha.
  - 4 bolas en la caja de la izquierda y 5 bolas en la derecha.
  - 4 bolas en la caja de la izquierda y 6 bolas en la derecha.
- 
- **Cuidado:** Os estaréis preguntando porque no son soluciones los puntos (1,1) (2,2) (3,3) (4,4) y (5,5)

Esto se debe a que estos puntos se encuentran encima de una recta discontinua, por lo tanto estos puntos no son solución.

5) En una tienda de comics tienen dos estanterías con dos tipos diferentes de comics. En una están las novedades de la semana y en la otra están los comics en oferta. La empresa quiere aumentar sus ventas y lanza la siguiente oferta: El precio de las novedades será de 30 euros y el de las ofertas será de 15 euros cada uno si el cliente cumple con lo siguiente.

- Se deben comprar al menos 8 comics.
- De la sección de novedades se debe comprar por lo menos una unidad más que las de oferta.

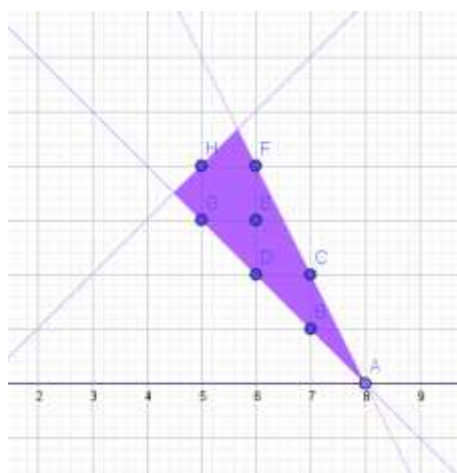
Pedro quiere aprovechar esta oferta pero se da cuenta que cuenta con 240 euros. Calcula todas las posibilidades que posee de compra.

Llamamos  $x$  al número de comics de novedades e  $y$  al número de comics de oferta.

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x + y \geq 8 \\ x \geq y + 1 \\ 30x + 15y \leq 240 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Añadimos  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$  debido a que el número de comics no puede ser negativo.



La región factible está acotada .

Por lo tanto todas las soluciones enteras positivas posibles (ya que no podemos tener 1,5 comics) serán aquellas que se encuentren dentro de esta región factible:

(5,3) (5,4) (6,2) (6,3) (6,4) (7,1) (7,2) (8,0) → 8 soluciones

- 5 comics Novedades y 3 comics de oferta.
- 5 comics Novedades y 4 comics de oferta.
- 6 comics Novedades y 2 comics de oferta.
- 6 comics Novedades y 3 comics de oferta.
- 6 comics Novedades y 4 comics de oferta.
- 7 comics Novedades y 2 comics de oferta.
- 7 comics Novedades y 1 comics de oferta.
- 8 comics Novedades y 0 comics de oferta.

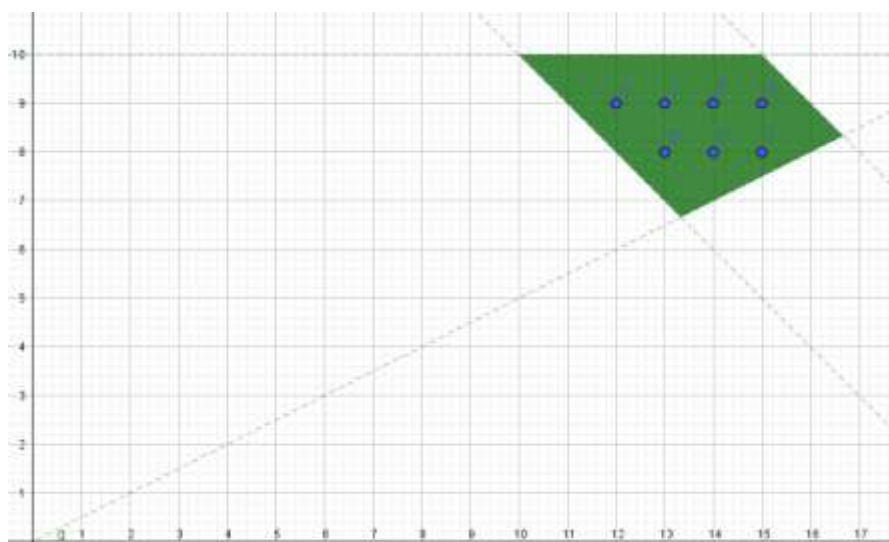
- 6) Queremos hacer una serie de pulseras con una serie de cuentas azules y amarillas con una serie de características. Deben tener al menos más de 20 y menos de 25 cuentas. Las cuentas amarillas deben ser menos de 10 y más de la mitad de las cuentas azules. Indica de cuántas pulseras diferentes podemos formar.

Llamamos  $x$  al número de cuentas azules e  $y$  el número de cuentas amarillas.

Las restricciones son:

$$\begin{cases} x + y > 20 \\ x + y < 25 \\ y < 10 \\ y > \frac{x}{2} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Añadimos  $x \geq 0$  e  $y \geq 0$  debido a que el número de cuentas no puede ser negativo.



La región factible está acotada. **Importante: los puntos que se encuentran encima de las rectas discontinuas no serán solución.**

Por lo tanto todas las soluciones enteras positivas posibles (ya que no podemos tener 2,5 cuentas) serán aquellas que se encuentren dentro de esta región factible:

$$(12,9) (13,8) (13,9) (14,8) (14,9) (15,8) \text{ y } (15,9) \rightarrow 7 \text{ Soluciones}$$

- Pulsera con 12 cuentas azules y 9 cuentas amarillas
- Pulsera con 13 cuentas azules y 9 cuentas amarillas
- Pulsera con 14 cuentas azules y 9 cuentas amarillas
- Pulsera con 15 cuentas azules y 9 cuentas amarillas
- Pulsera con 13 cuentas azules y 8 cuentas amarillas
- Pulsera con 14 cuentas azules y 8 cuentas amarillas
- Pulsera con 15 cuentas azules y 8 cuentas amarillas

- 7) En un taller de artesanía se fabrican jarrones de adorno de dos tipos, A y B. Cada jarrón de tipo A precisa 30 minutos de modelado, 40 minutos de pintura y 1 kg de barro. Cada jarrón de tipo B precisa 40 minutos de modelado, 30 minutos de pintura y 5 kg de barro. Para fabricar estos jarrones se cuenta con dos empleados que hacen el modelado y que trabajan 5 horas por día, con dos empleados que hacen la pintura y que trabajan 5,5 horas por día y cuentan con 70kg de barro diarios. Halla los vértices de la región factible. ¿Es posible fabricar 9 jarrones de tipo A y 8 Jarrones de tipo B?

Llamamos x al número de jarrones del tipo A e y al número de jarrones de tipo B.

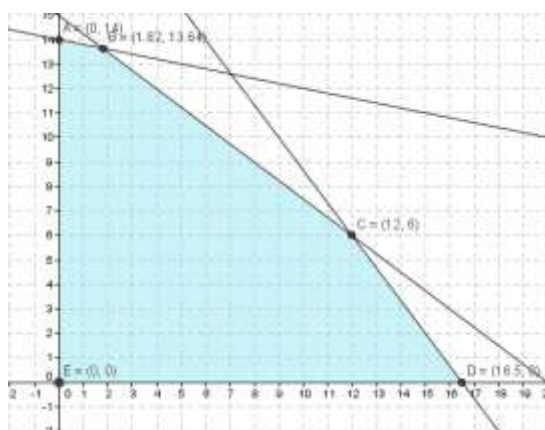
	Cantidad	Modelado	Pintura	Barro
Jarrón A	x	30x	40x	x
Jarrón B	y	40y	30y	5y
Total		30x+40y	40x+30y	x+5y

Las restricciones son:

$$\begin{cases} 30x + 40y \leq 600 \\ 40x + 30y \leq 660 \\ x + 5y \leq 70 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

$$600 = 2 \text{ empleados} \cdot 5 \text{ h} \cdot 60 \text{ min} = 600 \text{ min}$$

$$660 = 2 \text{ empleados} \cdot 5,5 \cdot 60 \text{ min} = 660 \text{ min}$$



La región factible está acotada.

A(0,14)

B( $\frac{20}{11}, \frac{150}{11}$ ) → No sería solución (no es solución entera)

C(12,6)

D( $\frac{33}{2}, 0$ ) → No sería solución (no es solución entera)

E(0,0)

- b) Si es posible fabricar 9 jarrones de tipo A y 8 jarrones de tipo B ya que se encuentra dentro de la región factible.

8) Se desea obtener tres elementos químicos a partir de las sustancias A y B. Un kilo de A contiene 8 gramos del primer elemento, 1 gramo del segundo y 2 del tercero; un kilo de B tiene 4 gramos del primer elemento, 1 gramo del segundo y 2 del tercero. Se desea obtener al menos 16 gramos del primer elemento y las cantidades del segundo y del tercero han de ser como mucho 5 y 20 gramos, respectivamente; y la cantidad de A es como mucho el doble que la de B.

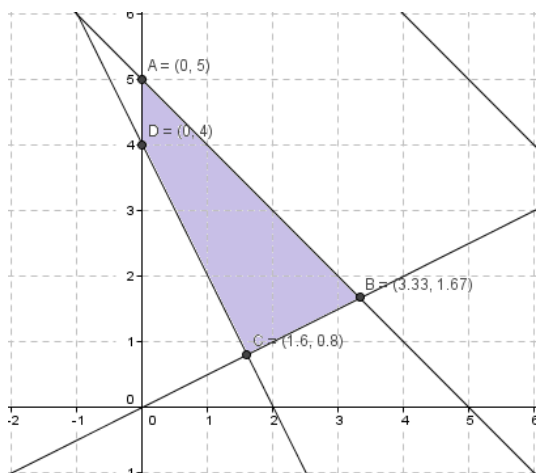
- a) Calcula cada uno de los vértices de la región factible.
- b) ¿Podríamos coger 2 kg de la sustancia A y 1 kg de la sustancia B?

Llamamos x a los kilos de la sustancia A e y a los kilos de la sustancia B.

	Kilos	1 <sup>er</sup> Elemento	2 <sup>o</sup> Elemento	3 <sup>er</sup> Elemento
A	x	8x	x	2x
B	y	4y	y	2y
Total		8x+4y	x+y	2x+2y

Las restricciones son

$$\begin{cases} 8x + 4y \geq 16 \\ x + y \leq 5 \\ 2x + 2y \leq 20 \\ x \leq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$



La región factible está acotada.

- A(0,5)
- B(3,33;1,67) → Sería solución ya que los kg pueden tomar valores decimales.
- C(1,6;0,8) → Sería solución ya que los kg pueden tomar valores decimales.
- D(0,4)

- b) Si es posible coger 2 kg de A y 1kg de B ya que se encuentra dentro de la región factible.

9) (EBAU 2022 Junio) Con el objetivo de maximizar beneficios, un obrador cántabro amplía su producción diaria máxima hasta las 400 tartas de queso y 900 quesadas, con las que elabora dos tipos de pack, A y B. El pack A contiene 4 tartas de queso y 12 quesadas. El pack B contiene 2 tartas de queso y 3 quesadas. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  número de Packs tipo A e  $y \rightarrow$  número de Packs tipo B

	Cantidad	Tartas de Queso	Quesadas
Packs tipo A	$x$	$4x$	$12x$
Packs tipo B	$y$	$2y$	$3y$
	$x + y$	$4x+2y$	$12x+3y$

Restricciones:

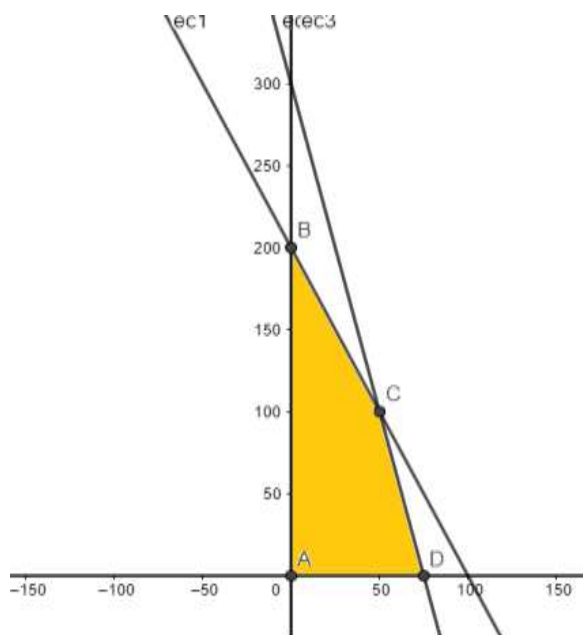
$$\begin{cases} 4x + 2y \leq 400 \\ 12x + 3y \leq 900 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y \leq 200 \\ 4x + y \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ 2x + y = 200 \end{cases} \rightarrow B(0, 200)$$

$$C \begin{cases} 2x + y = 200 \\ 4x + y = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 100 \end{cases} \rightarrow C(50,100)$$

$$D \begin{cases} y = 0 \\ 4x + y = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 75 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D(75,0)$$



**10) (EBAU 2022 Julio)** Un ganadero pasiego necesita ampliar su explotación de bovino, para lo cual decide comprar vacas de las razas parda y frisona. Como máximo, tiene planeado adquirir un total de 160 vacas para su cría. Tiene claro que no comprará más de 50 pardas ni menos de 70 frisonas. Además, quiere que el número de vacas pardas sea, al menos, una tercera parte del de frisonas. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  número de vacas de raza parda

$y \rightarrow$  número de vacas de raza frisona

Restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 160 \\ x \leq 50 \\ y \geq 70 \\ x \geq \frac{1}{3}y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 160 \\ x \leq 50 \\ y \geq 70 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} y = 70 \\ y = 3x \end{cases} \rightarrow A(70/3, 70)$$

$$B \begin{cases} x + y = 160 \\ y = 3x \end{cases} \rightarrow B(40, 120)$$

$$C \begin{cases} x = 50 \\ x + y = 160 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 110 \end{cases} \rightarrow C(50, 110)$$

$$D \begin{cases} x = 50 \\ y = 70 \end{cases} \rightarrow D(50, 70)$$



11)(EBAU Junio 2021) Una empresa elabora dos productos, A y B. Por cuestiones de logística, solo puede producir un máximo de 500 kg a la semana. Las horas semanales de trabajo disponibles son 3200: cada kg de A requiere 4 horas y cada kg de B, 8h. Además, solo dispone de 1500 unidades de materia prima a la semana: cada kg de A necesita 3,75 unidades de materia prima; cada kg de B, 2 unidades. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:

$x \rightarrow$  número de kilogramos del producto A       $y \rightarrow$  número de kilogramos del producto B

	Cantidad	Horas Semanales	Materia Prima
Kg del producto A	$x$	$4x$	$3,75x$
Kg del Producto B	$y$	$8y$	$2y$
	$x + y$	$4x+8y$	$3,75x + 2y$

Restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 500 \\ 4x + 8y \leq 3200 \\ 3,75x + 2y \leq 1500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 500 \\ x + 2y \leq 800 \\ 15x + 8y \leq 6000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

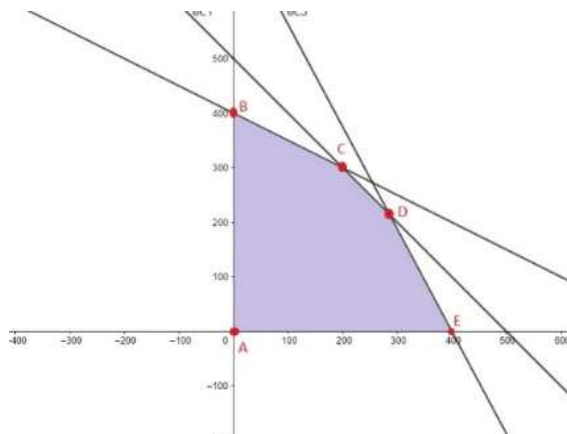
$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ x + 2y = 800 \end{cases} \rightarrow B(0, 400)$$

$$C \begin{cases} x + y = 500 \\ x + 2y = 800 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 300 \end{cases} \rightarrow C(200,300)$$

$$D \begin{cases} x + y = 500 \\ 15x + 8y = 6000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{2000}{7} \\ y = \frac{1500}{7} \end{cases} \rightarrow D(\frac{2000}{7}, \frac{1500}{7})$$

$$E \begin{cases} 15x + 8y = 6000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow E(400,0)$$





12) (EBAU 2021 Julio) Una tienda de material informático dispone de 96 lapiceros con memoria USB y 15 tabletas digitales, para organizar dos tipos de lotes. Un lote A tendrá 3 lapiceros y una tableta; un lote B tendrá 6 lapiceros y una tableta. Además, el número de lotes B debe ser como máximo la mitad de lotes A. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  número de lotes tipo A e  $y \rightarrow$  número de lotes tipo B

	Cantidad	Lapiceros Memoria USB	Tabletas Digitales
Lote tipo A	$x$	$3x$	$x$
Lote tipo B	$y$	$6y$	$y$
	$x + y$	$3x + 6y$	$x + y$

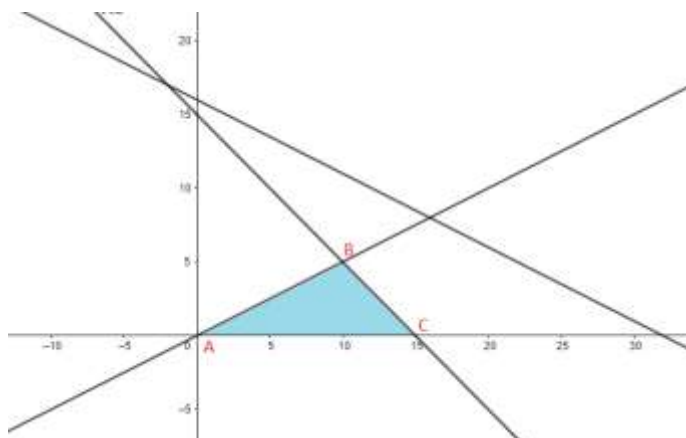
Restricciones:

$$\begin{cases} 3x + 6y \leq 96 \\ x + y \leq 15 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 32 \\ x + y \leq 15 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} y = \frac{x}{2} \\ x + y = 15 \end{cases} \rightarrow B(10, 5)$$

$$C \begin{cases} x + y = 15 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow C(15,0)$$



**13) (EBAU 2020 Junio)** Una empresa del sector alimentario lanza al mercado dos nuevas bebidas, A y B, compuestas de zumos de frutas combinados. La composición de cada litro de bebida es la siguiente:

	Zumo de Piña	Zumo de Mango	Zumo de Papaya
A	0,5 litros	0,5 litros	
B	0,4 litros		0,6 litros

Semanalmente se cuenta con 20 000 litros de zumo de piña, con 15 000 de zumo de mango y con 15 000 de zumo de papaya. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:

$x \rightarrow$  número de litros que deben producirse semanalmente de la bebida A

$y \rightarrow$  número de litros que deben producirse semanalmente de la bebida B

	Cantidad	Zumo de Piña	Zumo de Mango	Zumo de Papaya
A	$x$	0,5 litros	0,5 litros	
B	$y$	0,4 litros		0,6 litros

Restricciones:

$$\begin{cases} 0,5x + 0,4y \leq 20.000 \\ 0,5x \leq 15.000 \\ 0,6y \leq 15.000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + 4y \leq 200.000 \\ x \leq 30.000 \\ y \leq 25.000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

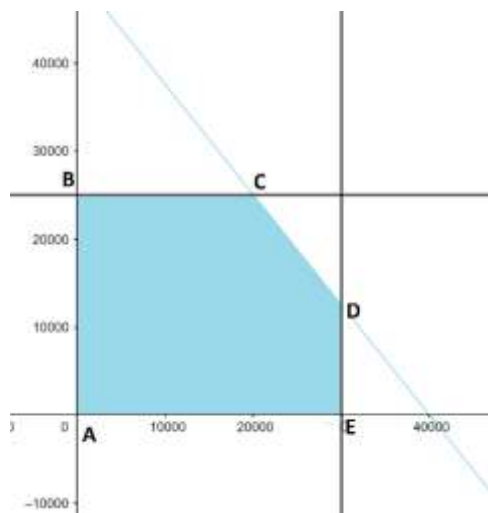
$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ y = 25.000 \end{cases} \rightarrow B(0,25.000)$$

$$C \begin{cases} 5x + 4y = 200000 \\ y = 25000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20000 \\ y = 25000 \end{cases} \rightarrow C(20000,25000)$$

$$D \begin{cases} x = 30000 \\ 5x + 4y = 200000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30000 \\ y = 12500 \end{cases} \rightarrow D(30000,12500)$$

$$E \begin{cases} x = 30000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow E(30000,0)$$



14) (EBAU 2020 Julio) Un inversor quiere comprar acciones de dos clases, A y B. La suma total de acciones adquiridas será como máximo de 1200. Tiene claro que no comprará más de 500 acciones del tipo A. Pero sí está dispuesto a adquirir como mínimo 350 del B. Además, no quiere que el número de acciones B adquiridas sea mayor del triple de acciones A. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:

$x \rightarrow$  número de acciones de tipo A

$y \rightarrow$  número de acciones de tipo B

Restricciones:

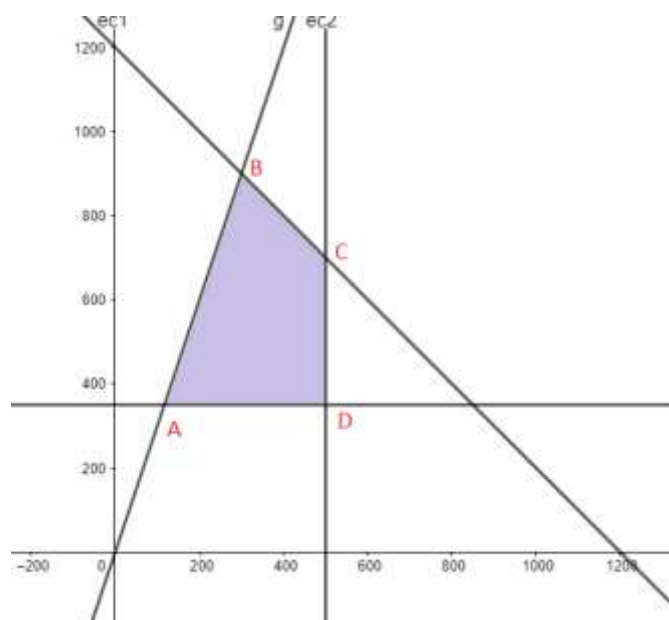
$$\begin{cases} x + y \leq 1200 \\ x \leq 500 \\ y \geq 350 \\ y \leq 3x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + 4y \leq 200.000 \\ x \leq 30.000 \\ y \leq 25.000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} y = 350 \\ y = 3x \end{cases} \rightarrow A\left(\frac{350}{3}, 350\right)$$

$$B \begin{cases} x + y = 1200 \\ y = 3x \end{cases} \rightarrow B(300, 900)$$

$$C \begin{cases} x + y = 1200 \\ x = 500 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 500 \\ y = 700 \end{cases} \rightarrow C(500, 700)$$

$$D \begin{cases} x = 500 \\ y = 350 \end{cases} \rightarrow D(500, 350)$$



**15) (EBAU 2018 Junio)** Un pastelero dispone de 125 kg de harina, 25 kg de azúcar y 30 kg de mantequilla para elaborar dos tipos de tarta: hojaldre y chocolate. Una docena de tartas de hojaldre requiere 2,5 kg de harina, 1 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Para una docena de tartas de chocolate se necesitan 5 kg de harina, 0,5 kg de azúcar y 1 kg de mantequilla. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables:

$x \rightarrow$  número de docenas de tartas de hojaldre e  $y \rightarrow$  número de docenas de tartas de chocolate.

	Cantidad	Harina	Azúcar	Mantequilla	Beneficio
Docenas de Hojaldre	x	2,5x	x	x	15x
Docenas de Chocolate	y	5y	0,5y	y	25y
Disponibilidad		125	25	30	

Restricciones:

$$\begin{cases} 2,5x + 5y \leq 125 \\ x + 0,5y \leq 25 \\ x + y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 50 \\ 2x + y \leq 50 \\ x + y \leq 30 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

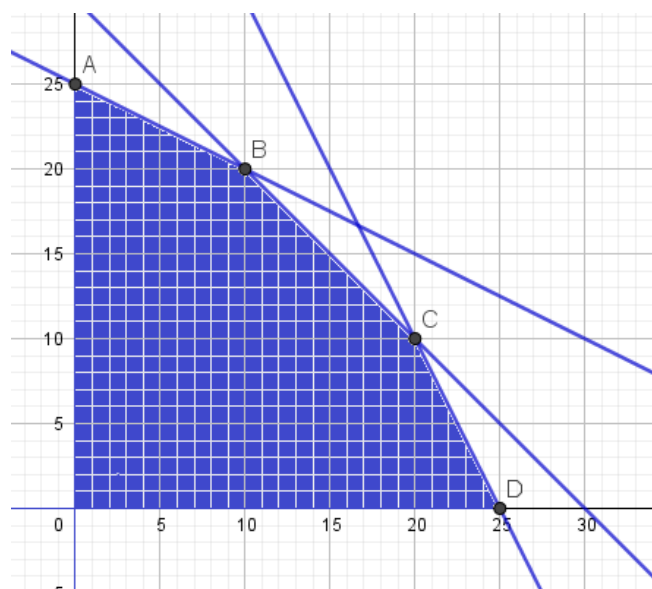
$$O \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0) \rightarrow B(0) = B(0,0)$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ x + 2y = 50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 25 \end{cases} \rightarrow A(0,25)$$

$$B \begin{cases} x + 2y = 50 \\ x + y = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases} \rightarrow B(10,20)$$

$$C \begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + y = 50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 10 \end{cases} \rightarrow C(20,10)$$

$$D \begin{cases} 2x + y = 50 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D(25,0)$$



**16) (EBAU 2018 Julio)** Una asociación de vecinos ha programado una excursión en la que se han inscrito 540 personas. La compañía con la que han contratado el viaje dispone de 12 autocares de 60 plazas y de 9 de 40 plazas, pero en las fechas previstas para el viaje solo se podrá contar con 10 conductores. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:

$x \rightarrow$  número de Autocares de 60 plazas

$y \rightarrow$  número de Autocares de 40 plazas

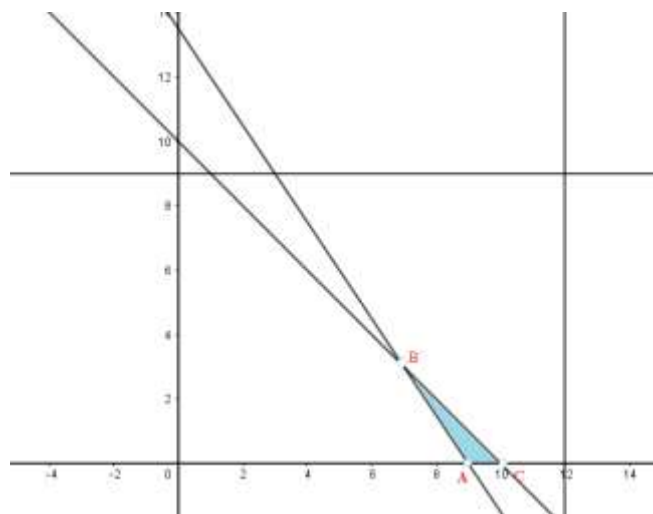
Restricciones:

$$\begin{cases} 60x + 40y \geq 540 \\ x + y \leq 10 \\ x \leq 12 \\ y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y \geq 27 \\ x + y \leq 10 \\ x \leq 12 \\ y \leq 9 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(9,0)$$

$$B \begin{cases} 3x + 2y = 27 \\ x + y = 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases} \rightarrow B(7,3)$$

$$C \begin{cases} x + y = 10 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow C(10,0)$$



17) (EBAU 2017 Julio) Considérese una pequeña empresa dedicada a la fabricación de mobiliario. En concreto, produce dos modelos de armario: A y B. Se dispone de 12 carpinteros para ensamblar los muebles, cada uno de ellos con una jornada laboral de 8 horas diarias.

El tiempo de ensamblado de cada tipo de mueble

	<b>Tiempo de ensamblado</b>
<b>Una unidad del modelo A</b>	<b>3 horas</b>
<b>Una unidad del modelo B</b>	<b>6 horas</b>

La producción diaria total debe ser de 15 unidades como mínimo, con la condición de que el número de unidades del modelo B debe ser como máximo la mitad del número de muebles del modelo A.

Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

x → número de armarios de tipo A.

y → número de armarios de tipo B

	Cantidad	Tiempo de ensamblado
Armarios modelo A	x	3x
Armarios modelo B	y	6y
Disponibilidad		12 carpinteros · 8 = 96 horas

Restricciones:

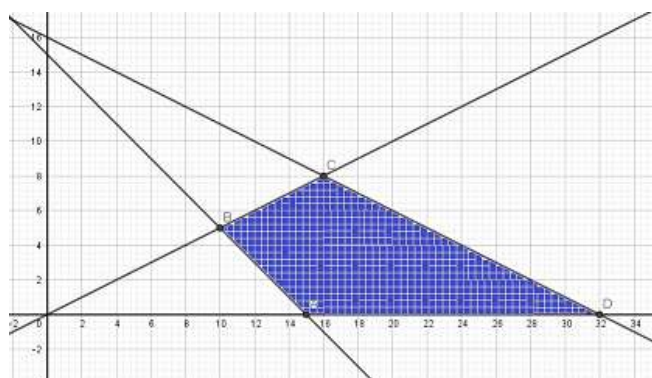
$$\begin{cases} x + y \geq 15 \\ y \leq \frac{x}{2} \\ 3x + 6y \leq 96 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \geq 15 \\ x \geq 2y \\ x + 2y \leq 32 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x + y = 15 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(15,0)$$

$$B \begin{cases} x = 2y \\ x + y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases} \rightarrow B(10,5)$$

$$C \begin{cases} x = 2y \\ x + 2y = 32 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 8 \end{cases} \rightarrow C(16,8)$$

$$D \begin{cases} y = 0 \\ x + 2y = 32 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D(32,0)$$



**18) (EBAU 2016 Julio)** Una fábrica de productos navideños decide comercializar, con vistas a la próxima campaña de diciembre, dos surtidos diferentes con polvorones de limón y roscos de vino. En concreto, para los dos surtidos elabora 750 polvorones de limón y 600 roscos de vino. Cada caja del surtido A contendrá 15 polvorones de limón y 10 roscos de vino. Cada caja del surtido B, 15 polvorones de limón y 20 roscos de vino. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Se trata de un ejercicio de programación lineal.  $x \rightarrow$  Número de cajas de tipo A

$y \rightarrow$  Número de cajas de tipo B

	Cantidad	Polvorones de Limón	Roscas de Vino
Cajas de Tipo A	$x$	$15x$	$10x$
Cajas de Tipo B	$y$	$15y$	$20y$
Disponibilidad		750	600

Restricciones:

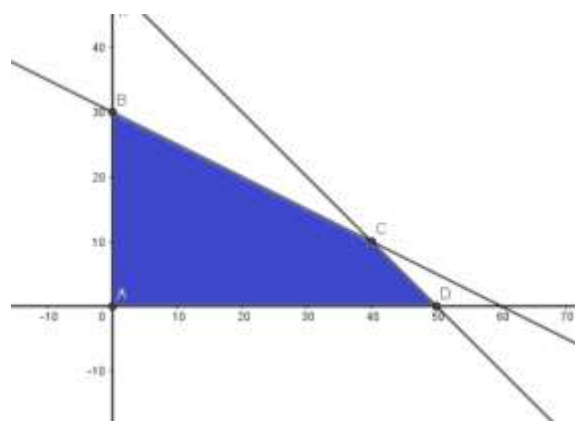
$$\begin{cases} 15x + 15y \leq 750 \\ 10x + 20y \leq 600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 50 \\ x + 2y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ x + 2y = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 30 \end{cases} \rightarrow B(0,30)$$

$$C \begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 10 \end{cases} \rightarrow C(40,10)$$

$$D \begin{cases} x + y = 50 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D(50,0)$$



19) (EBAU 2015 Junio) Una empresa discográfica quiere sacar al mercado los discos de dos nuevos grupos. El proceso de producción de los discos requiere de su paso por un departamento de edición y otro de estampación. Cada disco del primer grupo necesita 2 horas de edición y 1 hora de estampación, mientras que cada disco del segundo grupo necesita 3 horas de edición y 3 horas de estampación. La empresa, con los recursos disponibles, puede utilizar un máximo de 6 000 horas de edición y 4 500 horas de estampación. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Grupo	Cantidad	Edición	Estampación
I	x	2x	x
II	y	3y	3y
Disponibilidades		6 000 h	4 500 h

Restricciones:

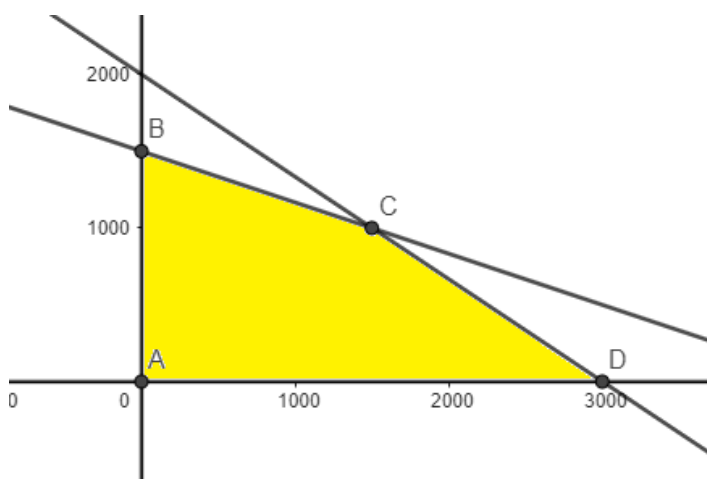
$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 6000 \\ x + 3y \leq 4500 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x + 3y = 4500 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1500 \end{cases} \rightarrow B(0,1500)$$

$$C \begin{cases} 2x + 3y = 6000 \\ x + 3y = 4500 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1500 \\ y = 1000 \end{cases} \rightarrow C(1500,1000)$$

$$D \begin{cases} 2x + 3y = 6000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3000 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D(3000,0)$$





**20) (EBAU Andalucía 2021 Junio)** Una empresa de recambios industriales produce dos tipos de baterías, A y B. Su producción semanal debe ser de al menos 10 baterías en total y el número de baterías de tipo B no puede superar en más de 10 unidades a las fabricadas de tipo A. Cada batería de tipo A tiene unos gastos de producción de 150 euros y cada batería de tipo B de 100 euros, disponiendo de un máximo de 6000 euros a la semana para el coste total de producción. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:

$x \rightarrow$  número de baterías tipo A producidas semanalmente

$y \rightarrow$  número de baterías tipo B producidas semanalmente

Restricciones:

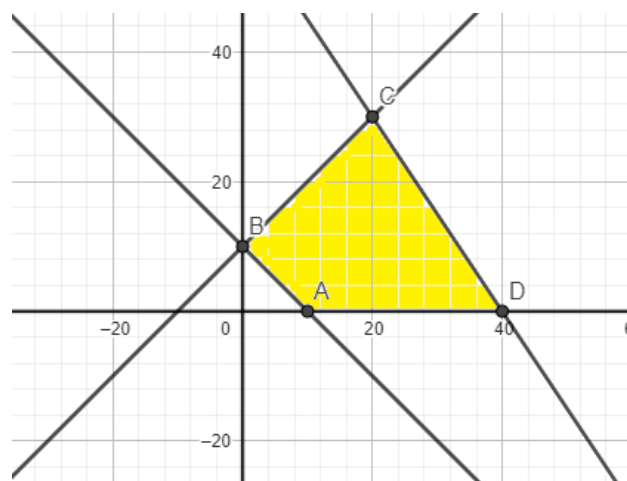
$$\begin{cases} x + y \geq 10 \\ y \leq x + 10 \\ 150x + 100y \leq 6000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \geq 10 \\ y \leq 10 \\ 3x + 2y \leq 120 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x + y = 10 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(10,0)$$

$$B \begin{cases} y = x + 10 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 10 \end{cases} \rightarrow B(0,10)$$

$$C \begin{cases} 3x + 2y = 120 \\ y = x + 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases} \rightarrow C(20,30)$$

$$D \begin{cases} 3x + 2y = 120 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow D(40,0)$$



21) (EBAU Aragón 2021 Julio) El nutricionista de una fábrica de piensos aconseja a los granjeros dedicados a la cría de cerdos una ingesta de, al menos, 28 unidades de proteína y, al menos, 36 unidades de grasa vegetal. El nutricionista sabe que cada kilo de soja proporciona 5 unidades de proteína y 3 unidades de grasa y cada kilo de maíz proporciona 1 u. de proteína y 3 u. de grasa. Los precios del kilo de soja y maíz son 3€ y 2€, respectivamente y el granjero dispone de un presupuesto de 60€.

a. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

b. Si el granjero pensara que la dieta más cara es la mejor, ¿sería una solución óptima adquirir 12 kg. de soja y 15 kg. de maíz?

Se trata de un ejercicio de programación lineal.  $x \rightarrow$  Kilos de soja e  $y \rightarrow$  Kilos de maíz

	Cantidad	Proteína	Grasa vegetal	Precio
Kilos de Soja	$x$	$5x$	$3x$	$3x$
Kilos de Maíz	$y$	$y$	$3y$	$2y$
Disponibilidad		28	36	

Restricciones:

$$\begin{cases} 5x + y \geq 28 \\ 3x + 3y \geq 36 \\ 3x + 2y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x + y \geq 28 \\ x + y \geq 12 \\ 3x + 2y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

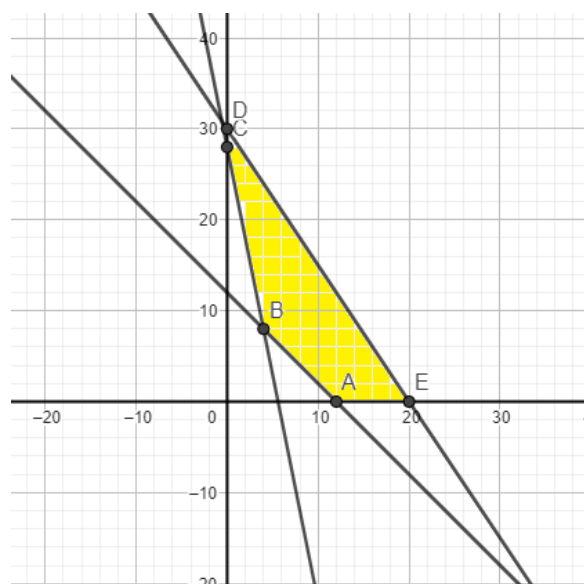
$$A \begin{cases} x + y = 12 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(12,0)$$

$$B \begin{cases} 5x + y = 28 \\ x + y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \end{cases} \rightarrow B(4,8)$$

$$C \begin{cases} 5x + y = 28 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 28 \end{cases} \rightarrow C(0,28)$$

$$D \begin{cases} 3x + 2y = 60 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 30 \end{cases} \rightarrow D(0,30)$$

$$E \begin{cases} 3x + 2y = 60 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow E(20,0)$$



b) La solución no sería óptima ya que no cumpliría las restricciones marcadas por el enunciado. La coordenada (12,15) estaría fuera de la región factible

**22) (EBAU Aragón 2021 Junio) Un mayorista de zapatos pone a la venta su stock, en concreto, 800 pares de botas, 1.200 pares de mocasines y 2.100 pares de zapatillas. Lanza dos ofertas, A y B. La oferta A consiste en 1 par de botas, 3 pares de mocasines y 7 pares de zapatillas. La oferta B consiste en 2 pares de botas y 2 pares de mocasines. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.**

Se trata de un ejercicio de programación lineal.  $x \rightarrow$  número de lotes de oferta A

$y \rightarrow$  número de lotes de oferta B

	Cantidad	Botas	Mocasines	Zapatillas
Lotes A	$x$	$x$	$3x$	$7x$
Lotes B	$y$	$2y$	$2y$	
Disponibilidad		800	1200	2100

Restricciones:

$$\begin{cases} x + 2y \leq 800 \\ 3x + 2y \leq 1200 \\ 7x \leq 2100 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 800 \\ 3x + 2y \leq 1200 \\ x \leq 300 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

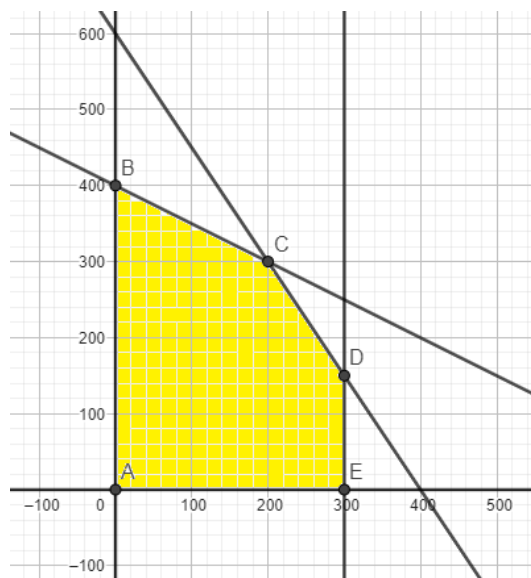
$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x + 2y = 800 \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 400 \end{cases} \rightarrow B(0,400)$$

$$C \begin{cases} x + 2y = 800 \\ 3x + 2y = 1200 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 300 \end{cases} \rightarrow C(200,300)$$

$$D \begin{cases} 3x + 2y = 1200 \\ x = 300 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 150 \end{cases} \rightarrow D(300,150)$$

$$E \begin{cases} x = 300 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow E(300,0)$$



23)(EBAU Canarias 2021 Julio) Se quieren plantar plataneras y naranjeros. Cada platanera cuesta 5 euros y cada naranjero 2 euros. Para facilitar la recogida, el número de plataneras no debe superar el doble del de naranjeros ni ser inferior a su mitad. Además, se puede dedicar un máximo de 900 euros a poner esta plantación. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  número de plataneras

$y \rightarrow$  número de naranjeros

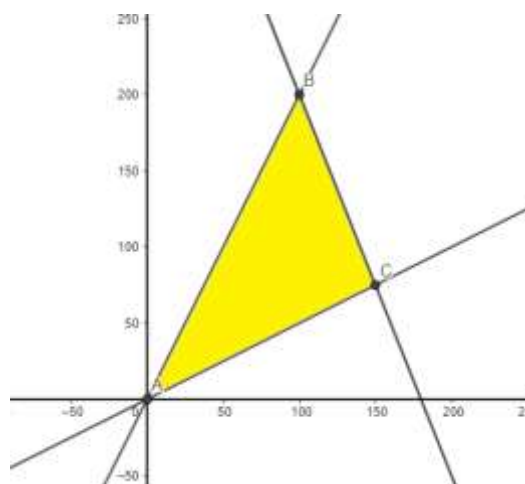
Restricciones:

$$\begin{cases} x \leq 2y \\ x \geq \frac{y}{2} \\ 5x + 2y \leq 900 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 2y \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x = y/2 \\ 5x + 2y = 900 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 200 \end{cases} \rightarrow B(100,200)$$

$$C \begin{cases} x = 2y \\ 5x + 2y = 900 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 75 \end{cases} \rightarrow C(150,75)$$



**24) (EBAU Castilla la Mancha 2021 Julio)** En un terreno se dispone de 18 hectáreas para sembrar aguacates y mangos. Para los aguacates deseamos destinar como mucho 16 hectáreas. Se quiere que la superficie correspondiente a los mangos no sea mayor que la que ocupen los aguacates. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  hectáreas para sembrar aguacates

$y \rightarrow$  hectáreas para sembrar mangos

Restricciones:

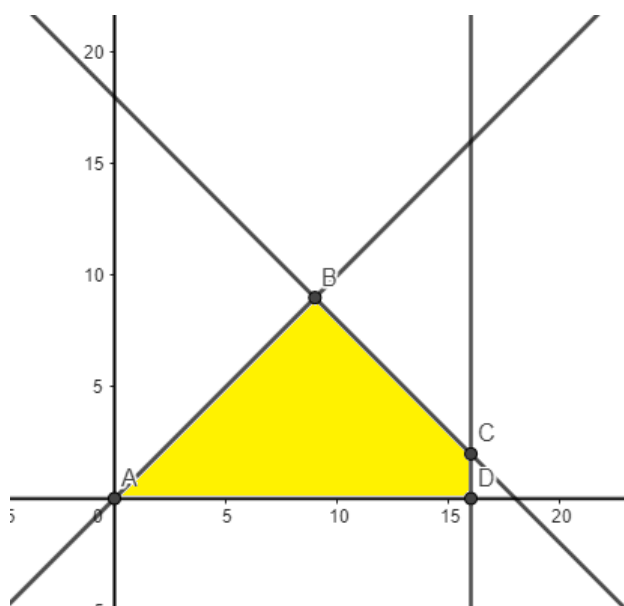
$$\begin{cases} x + y \leq 18 \\ x \leq 16 \\ y \leq x \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x + y = 18 \\ y = x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = 9 \end{cases} \rightarrow B(9,9)$$

$$C \begin{cases} x + y = 18 \\ x = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow C(16,2)$$

$$D \begin{cases} y = 0 \\ x = 16 \end{cases} \rightarrow D(16,0)$$



**25) (EBAU Castilla y León 2020 Julio)** Un supermercado tiene almacenados 100 botes de alubias y 150 botes de garbanzos. Para su venta organiza dichos productos en dos lotes, A y B. El lote A, contiene 1 bote de alubias y 3 botes de garbanzos. El lote B, contiene 2 botes de alubias y uno de garbanzos. Además, desea vender al menos 10 lotes tipo A y al menos 15 lotes del tipo B. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  número de lotes tipo A

$y \rightarrow$  número de lotes tipo B

Con los datos del problema se forma la siguiente tabla:

	Cantidad	Botes de Alubias	Botes de Garbanzos
Lotes A	$x$	$1x$	$3x$
Lotes B	$y$	$2y$	$y$
Disponibilidad		100	150

Restricciones:

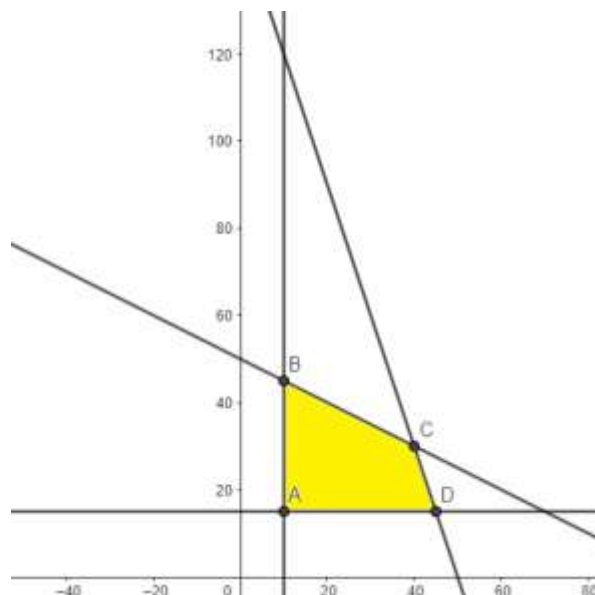
$$\begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 3x + y \leq 150 \\ x \geq 10 \\ y \geq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} \rightarrow A(10,15)$$

$$B \begin{cases} x = 10 \\ x + 2y = 100 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 45 \end{cases} \rightarrow B(10,45)$$

$$C \begin{cases} x + 2y = 100 \\ 3x + y = 150 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 30 \end{cases} \rightarrow C(40,30)$$

$$D \begin{cases} 3x + y = 150 \\ y = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 15 \end{cases} \rightarrow D(45,15)$$



**26) (EBAU Extremadura 2019 Junio)** Una tienda de electrodomésticos desea adquirir, para su venta posterior, dos tipos de cocinas: vitrocerámicas y de inducción, disponiendo para ello de 3000 euros. Cada cocina vitrocerámica le cuesta 100 euros y cada cocina de inducción 200 euros. El almacén solo tiene espacio para un total de 20 cocinas. Además, por razones de mercado el número de cocinas de inducción no puede ser superior a 12. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices.

Las variables de decisión son:  $x \rightarrow$  número de vitrocerámicas

$y \rightarrow$  número de cocinas de inducción

Restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 20 \\ 100x + 200y \leq 3000 \\ y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y \leq 20 \\ x + 2y \leq 30 \\ y \leq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow A(0,0)$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 12 \end{cases} \rightarrow B(0,12)$$

$$C \begin{cases} x + 2y = 30 \\ y = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} \rightarrow C(6,12)$$

$$D \begin{cases} x + y = 20 \\ x + 2y = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \rightarrow D(10,10)$$

$$E \begin{cases} x + y = 20 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow E(20,0)$$

